

I Filtrage d'un signal périodique

On considère un signal avec une composante continue égale à 1 V, un fondamental de fréquence 1 kHz d'amplitude 3 V, et un bruit de fréquence 20 kHz d'amplitude 100 mV déphasé de $\pi/2$.

1 - Représenter le signal et son spectre.

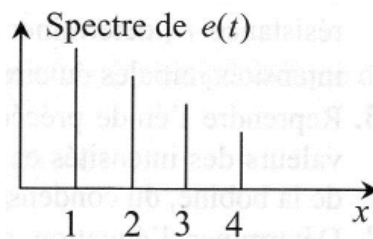
2 - Donner son expression mathématique.

3 - On dispose des huit filtres ci-dessous. Dessiner l'allure du signal filtré dans chaque cas.

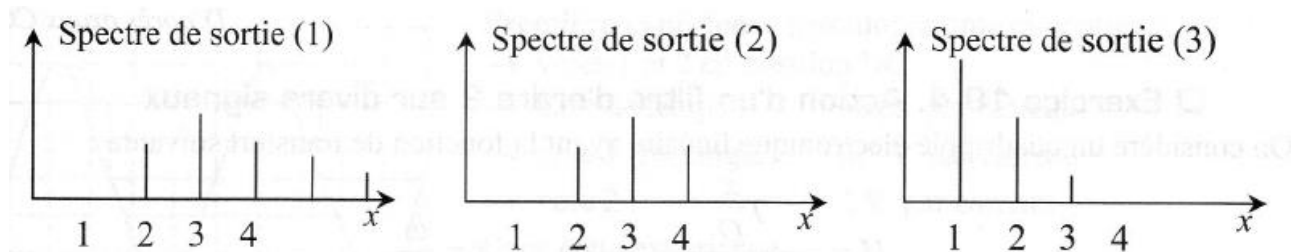
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| (1) Passe-bas 10 Hz ; | (4) Passe-haut 10 Hz ; | (7) Passe-bande 20 kHz ; |
| (2) Passe-bas 10 kHz ; | (5) Passe-haut 10 kHz ; | (8) Coupe-bande 1 kHz. |
| (3) Passe-bas 100 kHz ; | (6) Passe-bande 1 kHz ; | |

II Linéarité et caractéristique d'un filtre

On envoie en entrée d'un filtre le signal $e(t)$ dont le spectre est représenté ci-dessous. On note $x = f/f_0$ avec $f_0 = 1 \text{ kHz}$. On obtient en sortie les spectres de $s(t)$.

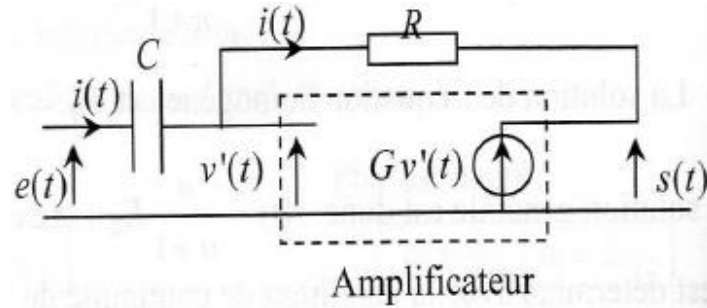


1. Quels filtres sont linéaires ?
2. Caractériser les filtres linéaires et donner un ordre de grandeur de la fréquence de coupure.



III Stabilité d'un système linéaire

On considère le montage ci-dessous, constitué d'une résistance R , d'un condensateur de capacité C et d'un amplificateur (en pointillés sur le schéma) d'impédance d'entrée infinie, de gain constant G , et d'impédance de sortie nulle.

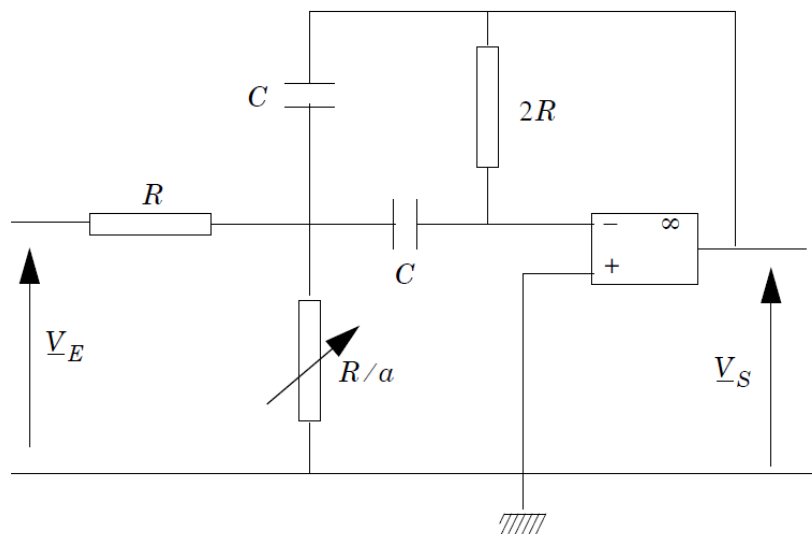


1. Établir l'expression de la fonction de transfert opérationnelle.
2. En déduire l'équation différentielle régissant le système.
3. Le système est-il stable ?

IV Isolation d'une composante

On considère une tension d'entrée $v_E(t)$ sinusoïdale de pulsation ω . On peut montrer que la fonction de transfert du filtre ci-dessous a pour expression :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{2jRC\omega}{1 + a + 2jRC\omega - 2(RC\omega)^2}$$



1. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega} \right)}$$

Déterminer les expressions de A , Q et Ω en fonction de R , C , et a .

2. Quel est le type de filtrage réalisé ? Donner sans démonstration l'expression de la bande passante à 3 dB $\Delta\omega$ en fonction des paramètres du montage.

Comment Q varie avec a ? Quelle est l'influence de a sur $\Delta\omega$?

3. On désire isoler l'harmonique N du signal d'entrée de pulsation ω_1 . Montrer que cela est possible si :

3.1 le produit RC vérifie une condition par rapport à ω_1 .

3.2 la pulsation Ω est réglée par a à une valeur appropriée.

4. Pour vérifier le bon fonctionnement du filtre précédent, on applique en entrée une tension en créneau symétrique de fréquence $f = 40 \text{ Hz}$. On a choisi a de sorte que $Q = 20$ et on obtient le signal de sortie représenté sur la figure suivante. Sachant que l'on a choisi $C = 3,4 \mu\text{F}$, quelle valeur de R a-t-on prise pour obtenir cet enregistrement ? Commenter le rôle du filtre.

