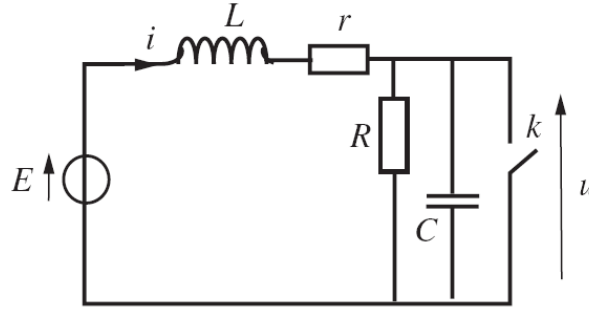


I Régimes transitoires



1.1 En RP, le condensateur est équivalent à un fil coupé ($i_C = 0$) et la bobine est équivalente à un fil ($u_L = 0$). L'interrupteur k est fermé donc $u = 0$ (tension nulle aux bornes d'un fil), donc la tension aux bornes de R est nulle aussi (association parallèle), donc $i_R = 0$. On applique la loi des mailles à la maille " $E - r - k$ " ce qui donne

$$E - ri = 0 \Rightarrow i = \frac{E}{r}$$

1.2 Loi des mailles $E - L \frac{di}{dt} - ri - u = 0$. Or $u = i_R = 0$ puisque k est fermé, donc après résolution

$$i(t) = \frac{E}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$$

avec $\tau = R/L$.

2.1 Interrupteur ouvert donc $i_k = 0$. En RP, le condensateur est équivalent à un fil coupé ($i_C = 0$) et la bobine est équivalente à un fil ($u_L = 0$). On a donc $i = i_R$ et les deux résistances sont simplement en série. D'après la loi des mailles $E - ri - Ri = 0$ donc $i = \frac{E}{r+R}$ et donc

$$u = Ri = E \frac{R}{r+R}$$

2.2 Loi des mailles $E - L \frac{di}{dt} - ri - u = 0$. On applique la loi des noeuds $i = i_C + i_R$ (puisque $i_k = 0$ interrupteur ouvert). On injecte dans la loi des mailles

$$E - L \frac{di_C}{dt} - L \frac{di_R}{dt} - r(i_C + i_R) - u = 0$$

Comme $q_C = Cu$, $i_C = \frac{dq_C}{dt} = C \frac{du}{dt}$ et $i_R = u/R$, alors

$$E - LC \frac{d^2u}{dt^2} - \frac{L}{R} \frac{du}{dt} - \left(rC \frac{du}{dt} + \frac{r}{R} u \right) - u = 0$$

soit en réorganisant

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{du}{dt} \left(\frac{L}{R} + rC \right) + \frac{r}{R} u - u = E$$

En mettant l'équation sous forme canonique, on a donc

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{du}{dt} \left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L} \right) + \left(\frac{r}{RLC} + \frac{1}{LC} \right) u = \frac{E}{LC}$$

et donc

$$\omega_0^2 = \frac{r}{RLC} + \frac{1}{LC} = \frac{r+R}{RLC}$$

ce qui donne

$$2\lambda\omega_0 = \frac{1}{RC} + \frac{r}{L} = \frac{L+rRC}{RLC} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \frac{L+rRC}{RLC} \sqrt{\frac{RLC}{r+R}} = \frac{1}{2} \frac{L+rRC}{\sqrt{RLC(r+R)}}$$

2.3 Dans un circuit électrique, il y a continuité de la tension aux bornes du condensateur, donc $u(0^+) = u(0^-) = 0$ puisque l'interrupteur était fermé à 0^- .

Par ailleurs, l'interrupteur est ouvert, donc $i_k = 0$. Il y a aussi continuité du courant dans la branche contenant la bobine, donc $i(0^+) = i(0^-) = \frac{E}{r}$ et $i_R(0^+) = 0$ car $u(0^+) = 0$ (loi d'Ohm), donc $i(0^+) = i_C(0^+) = C\dot{u}(0^+)$ et donc

$$\dot{u}(0^+) = \frac{E}{rC}$$

2.4 On suppose $\lambda < 1$ donc c'est un régime pseudo-périodique. Voir résolution en première année.

II Filtrage

Voir énoncé

III PTA 2021

Q45 On a un diviseur de tension entre l'ensemble en parallèle et R_0 . On a donc

$$\underline{v}_2 = \frac{Z_{//}}{R_0 + Z_{//}} \underline{v}_1 = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{Z_{//}}}$$

où

$$\frac{1}{Z_{//}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega$$

donc

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + R_0 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega \right)} = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + j \left(R_0 C\omega - \frac{R_0}{L\omega} \right)}$$

soit

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R}} \frac{1}{1 + \frac{j}{1 + \frac{R_0}{R}} \left(R_0 C \omega - \frac{R_0}{L \omega}\right)} = H_0 \frac{1}{1 + \frac{j}{\frac{R+R_0}{R}} \left(R_0 C \omega - \frac{R_0}{L \omega}\right)}$$

Par identification, on a $H_0 = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R}}$ et

$$\frac{R}{R+R_0} R_0 C \omega = Q_F x \quad \text{et} \quad \frac{R}{R+R_0} \frac{R_0}{L \omega} = \frac{Q_F}{x}$$

En faisant le produit des deux, on obtient

$$Q_F^2 = \frac{R}{R+R_0} R_0 C \omega \frac{R}{R+R_0} \frac{R_0}{L \omega} = \left(\frac{R R_0}{R+R_0} \right)^2 \frac{C}{L} \Rightarrow Q_F = \frac{R R_0}{R+R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

et en faisant le quotient

$$x^2 = \frac{R}{R+R_0} R_0 C \omega \frac{1}{\frac{R}{R+R_0} \frac{R_0}{L \omega}} = L C \omega^2 \Rightarrow x = \omega \sqrt{L C}$$

soit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C}}$. Comme $\omega = 2\pi f$, on a alors

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C}}$$

Q46 Le filtre est un filtre passe bande d'ordre 2, donc $\frac{f_0}{\Delta f} = Q$.

Q47

