

Oscillateurs

Q28 Pour un ALI idéal, $i_+ = i_- = 0$ car l'impédance d'entrée est infinie. La résistance de sortie est nulle. Le gain est infini, ce qui implique que $v_+ = v_-$ en régime linéaire.

Q29 Pour un ALI réel, l'impédance d'entrée est de l'ordre de $10^6 \Omega$ et l'impédance de sortie de l'ordre de 100Ω . Le gain est de l'ordre de 10^5 , et on peut lui associer un comportement passe bas avec une pulsation de coupure de l'ordre de $100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ qui correspond à un temps caractéristique de l'ordre de 10 ms .

Q30 Il n'y a pas de boucle de rétroaction sur l'entrée inverseuse, donc le fonctionnement est a priori en régime saturé.

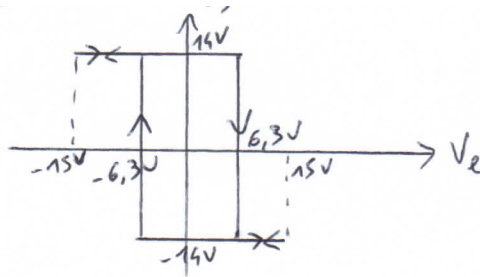
Q31 L'ALI est idéal donc $i_+ = 0$, donc R_1 et R_2 sont parcourues par le même courant. Un diviseur de tension donne

$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$$

Q32 Initialement $V_e = V_- = -15 \text{ V}$. En régime saturé $V_s = \pm V_{\text{sat}} = \pm 14 \text{ V}$. On a donc $V_+ = \frac{1,8}{4} V_s = \pm 7 \text{ V}$. Quel que soit le signe de V_+ , on a donc $V_- < V_+$ et on est donc en saturation haute et $V_s = 14 \text{ V}$.

La tension V_- augmente et lorsque $V_- = V_+ = 7 \text{ V}$, il y a basculement en saturation basse.

Q33 Initialement $V_e = V_- = 15 \text{ V}$. En régime saturé $V_s = \pm V_{\text{sat}} = \pm 14 \text{ V}$. On a donc $V_+ = \frac{1,8}{4} V_s = \pm 7 \text{ V}$. Quel que soit le signe de V_+ , on a donc $V_- > V_+$ et on est donc en saturation basse et $V_s = -14 \text{ V}$.



La tension V_- augmente et lorsque $V_- = V_+ = -7 \text{ V}$, il y a basculement en saturation haute.

Q34 Le montage fonctionne en comparant V_e et V_+ . Il y a une différence entre la tension de bascule haut-bas et bas-haut, d'où le terme d'hystérésis.

Q40 Même raisonnement que Q37, attention aux conditions initiales $v_C(t_1) = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$, ce qui donne

$$v_C(t) = \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2}V_{sat} \exp\left(-\frac{t - t_1}{\tau}\right)$$

Le basculement en saturation haute se produit lorsque v_C devient égal à $-\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$, donc pour (voir cours pour le détail du calcul)

$$t = t_2 = T_1 + RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Q41 La période vaut $T = 2(t_2 - t_1)$ donc

$$T = 2RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Q42 Par lecture graphique, $V_{sat} = 13,5 V$. Le rapport R_2/R_1 s'obtient grâce à la tension de bascule $\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} = \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}}V_{sat} = 7 V$, soit $R_2/R_1 = 1$. Enfin le temps caractéristique RC peut se déterminer par la méthode de la tangente à l'origine sur la courbe entre $t = 0$ et $t = t_1$, ce qui donne $\tau = RC = 11 \mu s$.

Q43 La vitesse de balayage peut limiter le fonctionnement de l'oscillateur, elle est de l'ordre de $\sigma = 10 v \cdot \mu s^{-1}$.

Q44 Les basculements de saturation ne sont pas instantanés, ce qui montre que la vitesse de balayage limite le montage. On passe de $-13,5 V$ à $13,5 V$ en $2\mu s$, ce qui correspond à un taux de variation pour la tension de $13,5 V \cdot \mu s^{-1}$, ce qui est cohérent avec les limites de l'ALI.

Q45 On a un diviseur de tension entre l'ensemble en parallèle et R_0 . On a donc

$$v_2 = \frac{Z_{//}}{R_0 + Z_{//}}v_1 = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{Z_{//}}}$$

où

$$\frac{1}{Z_{//}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega$$

donc

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + R_0\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega\right)} = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + j\left(R_0C\omega - \frac{R_0}{L\omega}\right)}$$

soit

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R}} \frac{1}{1 + \frac{j\frac{R_0}{R}}{1 + \frac{R_0}{R}} \left(R_0 C\omega - \frac{R_0}{L\omega}\right)} = H_0 \frac{1}{1 + \frac{j}{\frac{R+R_0}{R}} \left(R_0 C\omega - \frac{R_0}{L\omega}\right)}$$

Par identification, on a $H_0 = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R}}$ et

$$\frac{R}{R + R_0} R_0 C\omega = Q_F x \quad \text{et} \quad \frac{R}{R + R_0} \frac{R_0}{L\omega} = \frac{Q_F}{x}$$

En faisant le produit des deux, on obtient

$$Q_F^2 = \frac{R}{R + R_0} R_0 C\omega \frac{R}{R + R_0} \frac{R_0}{L\omega} = \left(\frac{RR_0}{R + R_0}\right)^2 \frac{C}{L} \Rightarrow Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

et en faisant le quotient

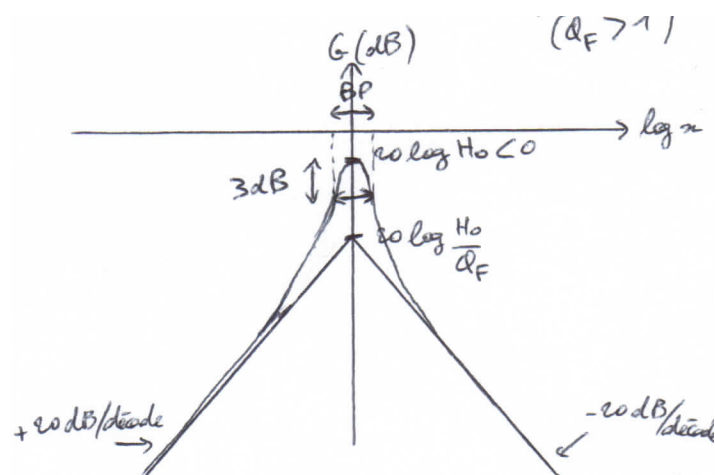
$$x^2 = \frac{R}{R + R_0} R_0 C\omega \frac{1}{\frac{R}{R + R_0} \frac{R_0}{L\omega}} = LC\omega^2 \Rightarrow x = \omega\sqrt{LC}$$

soit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Comme $\omega = 2\pi f$, on a alors

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Q46 Le filtre est un filtre passe bande d'ordre 2, donc $\frac{f_0}{\Delta_f} = Q$.

Q47



Q48 On reconnaît un montage amplificateur inverseur et un montage amplificateur non inverseur. Dans les deux cas il y a rétroaction sur l'entrée inverseuse, donc l'ALI fonctionne en régime linéaire

a priori.

Montage 1 Dans le cas du montage 1, en régime linéaire, $v_+ = 0 = v_-$. On applique la loi des noeuds à l'entrée inverseuse

$$\frac{u_{R_1}}{R_1} = \frac{u_{R_2}}{R_2}$$

La loi des mailles $v_e - U_{R_1} - v_- = 0$ permet de calculer $U_{R_1} = v_e$, et de l'autre coté du montage, $v_s + U_{R_2} - v_- = 0$ donne $v_s = -u_{R_2}$, soit

$$v_s = -\frac{R_2}{R_1}v_e$$

C'est donc un montage amplificateur inverseur avec $A_1 = -\frac{R_2}{R_1}$.

Montage 2 Dans le cas du montage 2, en régime linéaire, $v_+ = v_e = v_-$. On applique la loi des noeuds à l'entrée inverseuse

$$\frac{u_{R_1}}{R_1} = \frac{u_{R_2}}{R_2}$$

La loi des mailles $v_- + U_{R_1} = 0$ permet de calculer $U_{R_1} = -v_e$, et de l'autre coté du montage, $v_s + U_{R_2} - v_- = 0$ donne $v_s - v_e = -u_{R_2}$, soit

$$-\frac{v_e}{R_1} = \frac{v_e - v_s}{R_2} \Rightarrow v_e \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_s}{R_2} \Rightarrow v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_e$$

C'est donc un montage amplificateur non inverseur avec $A_2 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$.

Q49 Par définition, $Z_e = \frac{v_e}{i_e}$, donc

$$Z_{e1} = \frac{v_e - v_-}{i_e} = \frac{u_{R_1}}{i_e} = R_1$$

alors que

$$Z_{e2} = \frac{v_e}{i_e}$$

avec $i_e = i_+ = 0$, donc $Z_{e2} = +\infty$.

Le deuxième montage, placé après le filtre, ne modifiera pas la fonction de transfert calculée en boucle ouverte, et sera donc préférable.

Q50 Comme l'impédance d'entrée du montage 2 est infinie, alors la fonction de transfert globale est le produit des fonctions de transfert

$$\underline{H}_{FA} = \underline{H}(j\omega)A_2 = H_0 \frac{1}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x}\right)} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

soit en le mettant en forme comme indiqué

$$H_1 = H_0 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad Q_F = Q$$

Q51 D'après les questions précédentes

$$\frac{v_2}{v_1} = H_F \quad \frac{v_3}{v_2} = A_2 \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = A_2 H_F \Rightarrow \frac{v_3}{H_F} = A_2 v_1$$

ce qui donne en explicitant

$$\left(1 + jQ \left(x - \frac{1}{x}\right)\right) v_3 = H_0 A_2 v_1 \Rightarrow \left(1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right) v_3 = H_1 v_1$$

et en multipliant par $j\omega$

$$\left(j\omega + \frac{Q}{\omega_0}(j\omega)^2 + Q\omega_0\right) v_3 = H_1 j\omega v_1$$

En passant dans le domaine temporel, $j\omega \rightarrow \frac{d}{dt}$ donc

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{Q}{\omega_0} \frac{d^2 v_3}{dt^2} + Q\omega_0 v_3 = H_1 \frac{dv_1}{dt}$$

Enfin, à la fermeture de l'interrupteur, $v_1 = v_3$ et donc

$$\frac{Q}{\omega_0} \frac{d^2 v_3}{dt^2} + \frac{dv_3}{dt} (1 - H_1) + Q\omega_0 v_3 = 0$$

soit en multipliant par $\frac{\omega_0}{Q}$

$$\frac{d^2 v_3}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_3}{dt} (1 - H_1) + \omega_0^2 v_3 = 0$$

Q52 Il faut que les trois coefficients de l'équation différentielle soient de signes différents, donc il faut que $1 - H_1 < 0$, donc $H_1 > 1$.

Par ailleurs, il faut que les oscillations soient pseudo-périodiques, donc que le discriminant du

polynôme caractéristique soit négatif (racines complexes), soit

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2}(1 - H_1)^2 - 4\omega_0^2 = \omega_0^2 \left(\frac{(1 - H_1)^2}{Q_0^2} - 4 \right) < 0$$

ce qui implique

$$(1 - H_1)^2 < 4Q_0^2 \Rightarrow H_1 - 1 < 2Q_0 \text{ ou } 1 - H_1 < 2Q_0 \text{ (automatique car } 1 - H_1 = 0) \Rightarrow H_1 < 1 + 2Q_0$$

Finalement

$$1 < H_1 < 1 + 2Q_0$$

Remarque : La question précise bien des oscillations pseudo périodiques, il faut donc a priori les deux parties du raisonnement, même si la deuxième partie est un peu "méchante".

Q53 Les solutions du polynôme caractéristique sont

$$r_{\pm} = \frac{-\frac{\omega_0}{Q}(1 - H_1) \pm j\sqrt{\omega_0^2 \left(4 - \frac{(1 - H_1)^2}{Q_0^2} \right)}}{2}$$

La partie complexe correspond à la partie oscillante, donc la pulsation vaut

$$\omega = \omega_0 \sqrt{4 - \frac{(1 - H_1)^2}{Q_0^2}}$$

Comme $\omega = 2\pi f$, on obtient

$$f = f_0 \frac{\sqrt{4 - \frac{(1 - H_1)^2}{Q_0^2}}}{2}$$

avec $f_0 = \omega_0/(2\pi)$, soit finalement

$$f = f_0 \sqrt{1 - \frac{(1 - H_1)^2}{4Q_0^2}}$$

Q54 Pour que $f = f_0$, il faut que $H_1 = 1$.

Q55 Si A_2 est grand, alors H_1 peut devenir trop grand et les oscillations croissent très rapidement, ce qui va donner beaucoup de saturation, et donc un signal très peu sinusoïdal. Par ailleurs, l'ALI peut poser des soucis de vitesse de balayage si l'amplification est trop grande et impose de grandes variations de la tension de sortie.

Q56 La résistance en parallèle a disparu et les dipôles actifs sont des dipôles réels.

Q57 Le modèle réel du condensateur comprend une résistance de fuite en parallèle qui peut correspondre à la résistance présente dans le schéma précédent.

Q63 Dans le domaine fréquentiel,

$$\frac{V_2}{V_1} = \underline{H}_F \quad \frac{V_3}{V_2} = A_2 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = A_2 \underline{H}_F \Rightarrow \frac{V_3}{\underline{H}_F} = A_2 V_1$$

Par ailleurs, $V_3 = V_1$, donc la relation devient

$$V_3 = A_2 \underline{H}_F V_3$$

Pour qu'il y ait oscillation, il faut respecter la condition de Barkhausen $A_2 \underline{H}_F = 1$.

Q64 L'argument de 1 et de A_2 est nul, donc en prenant l'argument de l'équation précédente, on obtient

$$\text{Arg}(A_2 \underline{H}_F) = \text{Arg}(1) \Rightarrow \text{Arg}(A_2) + \text{Arg}(\underline{H}_F) = 0 \Rightarrow \text{Arg}(\underline{H}_F) = 0$$

Remarque : On rentre dans les questions (beaucoup) plus difficiles, très guidées cependant, et qui potentiellement peuvent rapporter des points :)

Q65 La nouvelle condition sur la phase s'écrit

$$\text{Arg}(\underline{A}' \underline{H}_F) = 0 \Rightarrow \text{Arg}(\underline{H}_F) = -\text{Arg}(\underline{A}') = -\delta\Psi$$

Q66 On reprend l'expression canonique de $\underline{H}_F$

$$\underline{H}_F(j(\omega_0 + \delta\omega)) = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(\frac{\omega_0 + \delta\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \delta\omega} \right)}$$

En utilisant le fait que $\delta\omega \ll \omega$, on obtient au premier ordre (DL en $1/(1 + \varepsilon) \simeq 1 - \varepsilon$ dans le deuxième terme de la parenthèse)

$$\underline{H}_F(j(\omega_0 + \delta\omega)) \simeq \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \left(1 - \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \right)} = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(2 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)}$$

On prend ensuite l'argument

$$\text{Arg}(\underline{H}_F(j(\omega_0 + \delta\omega))) = -\text{Arg}\left(1 + \frac{2jQ_F\delta\omega}{\omega_0}\right) = -\arctan\left(\frac{2Q_F\delta\omega}{\omega_0}\right)$$

Comme $\delta\omega \ll \omega$, $\arctan(x) \simeq x$ et donc

$$\text{Arg}(\underline{H}_F(j(\omega_0 + \delta\omega))) = -\frac{2Q_F\delta\omega}{\omega_0} = -\delta\Psi$$

d'où

$$\delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q_F} \delta\Psi$$

En fréquence

$$\delta f = \frac{f_0}{2Q_F} \delta\Psi$$

et numériquement

$$\delta f = \frac{10^5}{2 \cdot 3} \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{180} \simeq \frac{10^5}{360} = 3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Q67 Si la phase varie légèrement, alors la fréquence aussi. Si les variations sont "rapides", on peut imaginer que le signal quasi sinusoïdal va donner dans le domaine spectral un pic élargi de largeur $\delta\omega$.

Q68 Le moyen le plus simple de diminuer $\delta\omega$ est d'augmenter Q_F , le facteur de qualité du filtre passe bande.