

Physique Chimie - DS1

Calculatrice interdite

Ce sujet comporte 6 pages. Le devoir dure 3h.

On rappelle que tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte, de même que toute application numérique sans unité. On demande de travailler avec les expressions littérales.

Les différents problèmes sont indépendants. Un résultat fourni dans l'énoncé peut être utilisé par la suite même s'il n'a pas été démontré.

Indications numériques :

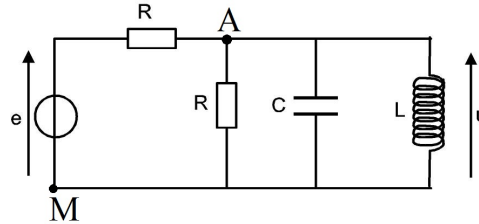
—

Il est vivement recommandé de regarder l'intégralité du sujet avant de commencer.

NB : Sauf indication contraire, les applications numériques demandées seront faites avec 2 chiffres significatifs.

I Filtre RLC (30 %)

Dans le montage ci-dessous, le générateur de tension idéal délivre une tension sinusoïdale $e(t) = E_m \cos \omega t$. On étudie la réponse en tension $u(t)$ du circuit en régime sinusoïdal permanent.



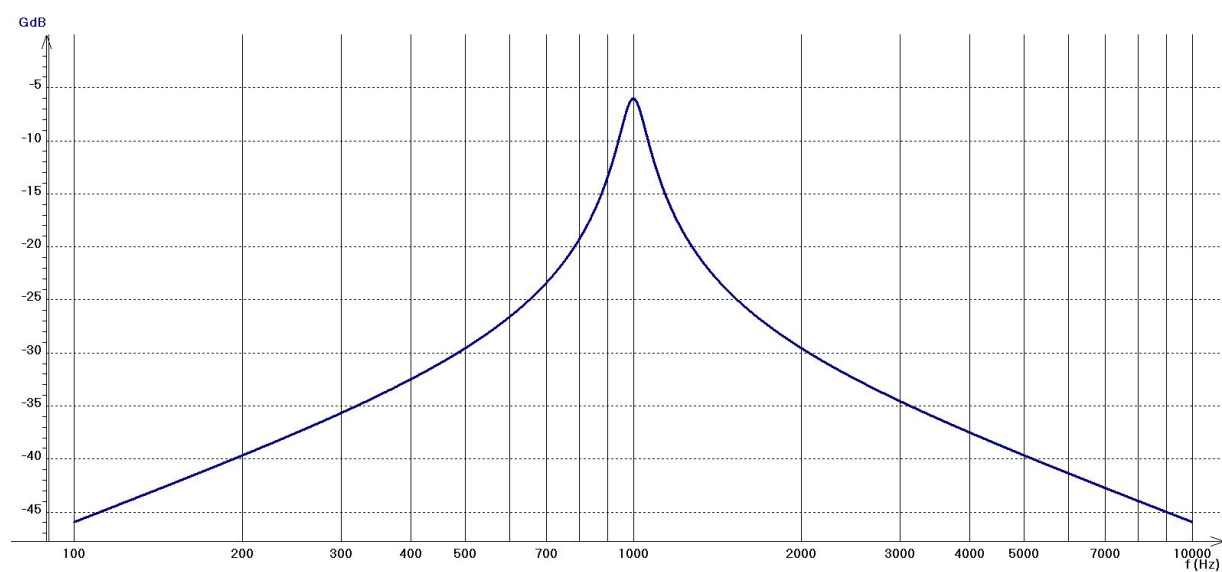
1. Faire une étude qualitative en basses et hautes fréquences.
2. On pose $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. Déterminer l'expression de $\underline{U}$, l'amplitude complexe associée à $u(t)$, en fonction de $\underline{E}$, l'amplitude complexe associée à $e(t)$.
3. Déterminer la fonction de transfert du filtre ainsi réalisé et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1/2}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{1/2}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$$

avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Identifier Q .

On donne le diagramme de Bode en gain de ce filtre **en annexe à rendre avec la copie**.

4. Donner l'expression du gain $G = |\underline{H}|$ de ce filtre.
5. Montrer que le gain maximal est obtenu en $\omega = \omega_0$. En déduire la valeur de f_0 .
6. On met en entrée du filtre un signal créneau de fréquence f , d'amplitude 2 V et de valeur moyenne nulle. Représenter l'allure du signal de sortie si $f = 10$ Hz, si $f = 10$ kHz et si $f = 1$ kHz. Justifier précisément.
7. Déterminer l'expression des fréquences de coupure f_1 et f_2 de ce filtre. Montrer que l'acuité de la résonance $a = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = Q$.
8. En déduire une évaluation de Q .



II Montage intégrateur PT2014 (40%)

On considère le montage suivant fig (9) sur lequel est appliquée la tension $u_e = U_m \cos(\omega t)$, la pulsation ω étant réglable.

On observe alors une tension de sortie

$$u_s = U_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s).$$

Les données sont : r , R et C .

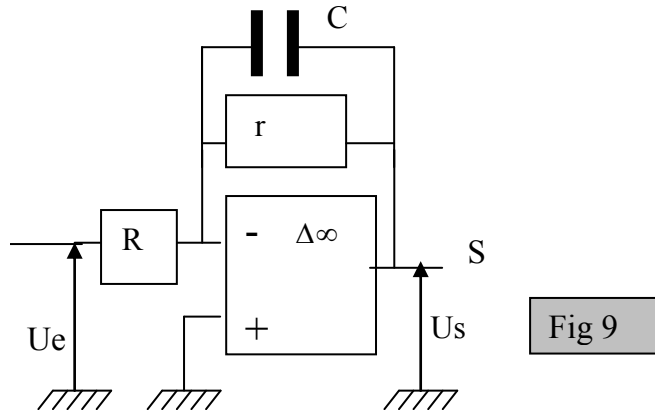


Fig 9

1°) Analyse.

- Trouver la fonction de transfert complexe $\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ en fonction de ω et des données .
- Avec $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$ et $r = 100 \text{ k}\Omega$, donner les équations des asymptotes du gain en décibel en haute et basse fréquence et tracer l'allure du diagramme donnant le gain en décibel en fonction de $\log(\omega)$.

2°) Domaine intégrateur.

- Déduire de l'étude précédente la relation temporelle liant u_e et u_s à basse fréquence.
- Déduire de même la relation temporelle liant u_e et u_s à haute fréquence.
- Préciser le domaine de pulsation pour lequel ce montage est intégrateur tel que $u_s = Ki \int u_e dt$. Donner l'expression littérale de Ki .

3°) Intégrateur idéal.

- Calculer l'impédance d'entrée du montage de la fig 9.
- L'impédance d'entrée n'étant pas infinie, ce montage ne forme pas un intégrateur idéal ; comment compléter ce montage pour s'approcher d'un intégrateur idéal ?

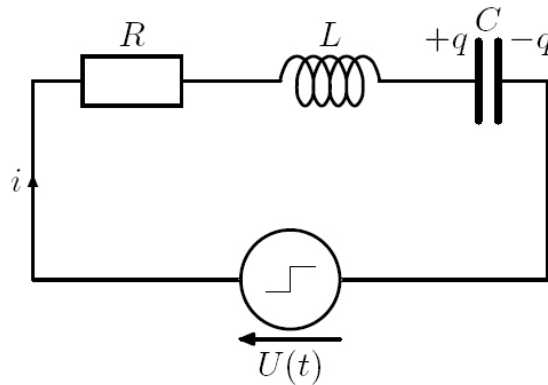
III Réponse d'un circuit RLC série à un échelon de tension (40 %)

Un circuit électrique est composé d'une résistance R , d'une bobine d'inductance pure L et d'un condensateur de capacité C . Ces dipôles sont disposés en série et on soumet le circuit à un échelon de tension $U(t)$ de hauteur E tel que

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

Les choix du sens du courant i dans le circuit et de la plaque portant la charge q du condensateur sont donnés sur la figure ci-dessous.

On pose $\gamma = \frac{R}{2L}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.



1. Déterminer les valeurs de i et q à $t = 0^-$. Justifier précisément.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur pour $t > 0$.
3. Préciser, en les justifiant soigneusement, les valeurs initiales de la charge $q(0^+)$ et de sa dérivée $\frac{dq}{dt}(0^+)$.
4. Prévoir l'état final du circuit en précisant les valeurs de $q(+\infty)$ et $i(+\infty)$.

Le circuit présente différents régimes suivant les valeurs de R , L et C . On suppose, dans la suite, la condition $\omega_0 > \gamma$ réalisée.

5. Montrer que l'expression de la charge pour $t > 0$ peut se mettre sous la forme

$$q(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t)e^{-\gamma t} + D$$

où on déterminera ω , A , B et D en fonction de C , E , ω_0 et γ .

6. Exprimer le courant $i(t)$ dans le circuit pour $t > 0$ en fonction de C , E , ω_0 et γ .
7. Donner l'allure des courbes $q(t)$ et $i(t)$ en y indiquant précisément les points particuliers, tangentes et asymptotes.
8. Déterminer les énergies E_L et E_C respectivement emmagasinées dans la bobine et le condensateur ainsi que l'énergie totale E_G fournie par le générateur pendant le régime transitoire en fonction de C et E .

Indication : pour calculer E_G , on remarquera le changement de variable suivant dans l'intégrale : $idt = dq$.

En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Ces résultats dépendent-ils du régime particulier dans lequel se trouve le circuit ?