

# DL0 : Révisions de PTSI

---

à rendre pour le lundi 1<sup>er</sup> septembre

Ce devoir ne doit pas être traité tout de suite : prenez des vacances et reposez-vous. Ensuite, conformez-vous au programme de révisions que vous a transmis Mme. Jean. La dernière semaine d'août, vous devrez avoir atteint le rythme de travail d'une semaine normale de PTSI, car le démarrage en PT sera rapide : la deuxième année est très courte !

Vous devrez donc traiter ce devoir au cours des dernières semaines d'août, lorsque vos révisions du programme de première année seront presque terminées.

Nous commencerons l'année par le cours d'électronique, qui est la suite directe du cours d'électrocinétique de PTSI. D'autre part, dès les premières colles (qui commenceront très tôt) et le premier devoir surveillé (qui aura lieu le samedi 6 septembre...), vous serez interrogés sur la partie « Induction et forces de Laplace » et sur les parties « Chimie des solutions » (acides-bases, précipitations) et « Chimie structurale » (atomes, molécules, cristallographie) du cours de PTSI. En conséquence, vous arriverez en PT le lundi 1<sup>er</sup> septembre en connaissant bien ces parties de cours et en ayant **refait** (pas juste relu !) les exercices des TD concernés.

Je placerai des énoncés de TD de révision de ces parties sur le site de la classe de PT vers la mi-juillet. Vous trouverez aussi sur le site les programmes de physique-chimie des classes de PTSI/PT : ils sont très détaillés et sont donc très utiles pour des révisions efficaces.

<https://cahier-de-prepa.fr/pt-vauban/>

Enfin, si vous ne l'avez pas encore fait, pensez à télécharger l'appli QMAX, et à jouer avec sans modération !

<http://appli.qmax.fr/>

Bonnes vacances, et bon courage.

Le devoir libre comporte deux parties, qui sont à traiter intégralement toutes les deux.

La partie A se présente sous la forme d'un QCM, **mais toutes les réponses devront être soigneusement justifiées**. Chaque question comporte **au plus** deux réponses exactes (mais peut n'en comporter aucune). Dans certaines questions vous devrez choisir entre plusieurs valeurs numériques : les valeurs fausses proposées diffèrent suffisamment de la valeur exacte pour que d'éventuels écarts d'arrondis n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

Remarque : comme il peut n'y avoir aucune bonne réponse à certaines questions, un raisonnement sur l'homogénéité des expressions proposées peut permettre de repérer des expressions fausses, mais pas de valider une expression.

Les notations utilisées sont celles en vigueur au niveau international. Ainsi, conformément à ces recommandations internationales, dans l'énoncé **les vecteurs sont représentés en caractères gras** (mais sur votre copie, vous les représenterez comme d'habitude avec une flèche), et le produit vectoriel est symbolisé par  $\times$ . Les unités utilisées sont, sauf mention contraire explicite, celles du Système International (SI).

## Questions liées :

- Questions 1 à 6
- Questions 7 à 12
- Question 13 à 18
- Questions 19 à 24
- Questions 25 à 30
- Questions 31 à 36

# Sujet A

## Partie 1 : Oscillations de quelques systèmes simples

On s'intéresse ici aux oscillations harmoniques d'un système simple constitué d'une masselotte, assimilée à un corpuscule  $A$  (masse  $m$ ), attachée à deux ressorts identiques (raideur  $K$ , longueur au repos  $l_0$ , masse négligeable) par une de leurs extrémités. L'autre extrémité de chaque ressort est fixée à un bâti. En outre, à l'équilibre, la longueur des ressorts est  $l_e > l_0$  (Figure 1). On cherche la pulsation propre des oscillations d'un tel système dans différentes configurations. Pour toutes les situations considérées dans cet exercice, on néglige les frottements.

- Quelle est l'unité SI (Système International des unités) et la dimension physique d'une pulsation propre?
  - Unité:  $s^{-1}$
  - Unité:  $rad.s^{-1}$
  - La dimension physique est celle de l'inverse d'une durée.
  - La dimension physique est celle d'un angle divisé par une durée.
- Quelles sont les affirmations exactes :
  - Une pulsation au carré est homogène à une force par unité de masse.
  - Une pulsation au carré est homogène à une force par unité de longueur.
  - Une pulsation au carré est homogène à une force par unité de masse et par unité de longueur.
  - Une pulsation au carré est homogène au produit d'une masse et d'une force par unité de longueur.

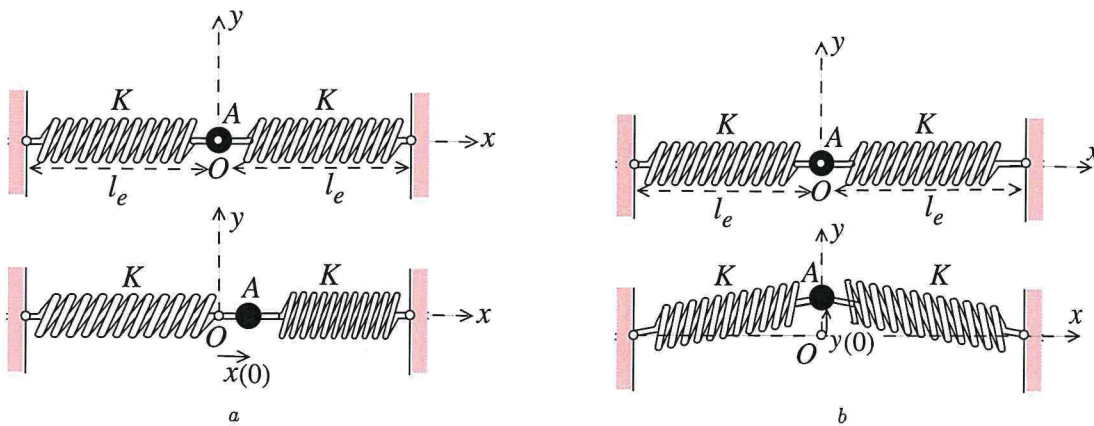


FIG. 1 – Oscillateur harmonique dans un plan horizontal  $Oxy$  (a) Déplacement longitudinal (b) Déplacement transversal

- On déplace  $A$ , par rapport à sa position d'équilibre  $O$  (prise comme origine des coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$ ), d'une quantité initiale  $x(0) \ll l_e$  selon la direction horizontale  $Ox$  (Figure 1a) et on l'abandonne sans vitesse initiale. Le mouvement est astreint à demeurer horizontal. On observe alors un mouvement harmonique de pulsation  $\omega_{0,l}$ . Quelles sont les expressions de  $\omega_{0,l}$  et de la période  $T_0$  des oscillations correspondante?

A)  $\omega_{0,l} = \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2}$       B)  $\omega_{0,l} = \left(\frac{2m}{K}\right)^{1/2}$       C)  $T_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2}$       D)  $T_0 = 2\pi \left(\frac{m}{2K}\right)^{1/2}$

4. On écarte maintenant la masselotte, par rapport à sa position d'équilibre initiale, d'une quantité initiale  $y(0) \ll l_e$  dans la direction transversale  $Oy$  (Figure 1b), laquelle est, comme la direction  $Ox$ , contenue dans le plan horizontal, et on l'abandonne sans vitesse initiale. Le mouvement est astreint à s'effectuer seulement selon cette direction transversale ( $Oy$ ). On observe alors, dans la direction  $Oy$  seulement, un mouvement harmonique de pulsation propre  $\omega_{0,t}$ . Quel est le rapport  $\omega_{0,t}/\omega_{0,l}$  ?

- A)  $\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = 1$       B)  $\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = \left(1 - \frac{l_0}{l_e}\right)^{1/2}$       C)  $\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = \left(1 - \frac{l_e}{l_0}\right)^{1/2}$       D)  $\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = \left(1 + \frac{l_0}{l_e}\right)^{1/2}$

5. La masselotte précédente et ses deux ressorts sont maintenant disposés verticalement, c'est-à-dire dans la direction du vecteur champ de pesanteur  $g$  (Figure 2). Quelle est la nouvelle pulsation propre  $\omega'_{0,l}$  des oscillations si, comme précédemment, on écarte  $A$ , dans la direction  $Oz$ , d'une très petite quantité par rapport à la position d'équilibre (le mouvement est contraint à s'effectuer selon la direction verticale) ?

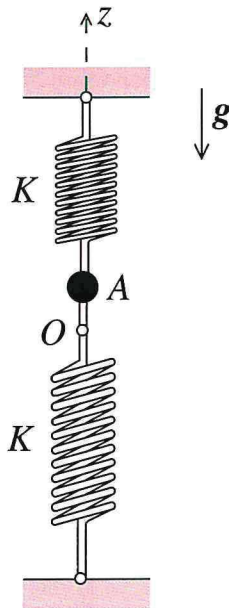


FIG. 2 – Oscillateur harmonique vertical

- A)  $\omega'_{0,l} = \omega_{0,l}$       B)  $\omega'_{0,l} = 2\omega_{0,l}$       C)  $\omega'_{0,l} = \omega_{0,l}/2$       D) On ne peut rien dire *a priori*.

6. Calculer la longueur des ressorts à l'équilibre si  $l_0 = 10$  cm,  $m = 10$  g et  $K = 10$  N.m<sup>-1</sup>. La longueur totale entre les deux bâtis est  $2l_0$  (on néglige la dimension de la masselotte). On prendra pour l'intensité du champ de pesanteur la valeur  $g \approx 10$  m.s<sup>-2</sup>. Le point  $O$  est pris comme origine de l'axe vertical ascendant  $Oz$ . Parmi les réponses proposées,  $l_{e,h}$  et  $l_{e,b}$  désignent, respectivement, les longueurs à l'équilibre du ressort du haut et du ressort du bas.

- A)  $l_{e,h} = 11$  cm et  $l_{e,b} = 9$  cm      C)  $l_{e,h} = 9$  cm et  $l_{e,b} = 11$  cm  
 B)  $l_{e,h} = 10$  cm et  $l_{e,b} = 10$  cm      D)  $l_{e,h} = 10,5$  cm et  $l_{e,b} = 9,5$  cm

## Partie 2 : Élargissement d'un faisceau de lumière parallèle

Un faisceau de lumière parallèle, modélisé par un cylindre de diamètre  $D_i$ , passe dans un système optique  $\mathcal{S}$  constitué par trois lentilles minces,  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_3$ , dans cet ordre. Le faisceau est parallèle à l'axe optique de  $\mathcal{S}$ . Les lentilles ont, respectivement, une distance focale image  $f_1 > 0$ ,  $f_2 < 0$  et  $f_3 > 0$ ; leur centre optique respectif est noté  $O_1$ ,  $O_2$  et  $O_3$ . À la sortie de  $\mathcal{S}$ , le faisceau est toujours cylindrique, parallèle à l'axe optique, mais de diamètre  $D_f$ .

On rappelle que, pour une lentille mince  $\mathcal{L}$  de centre optique  $O$  et de distance focale image  $f$ , plongée dans l'air (indice de réfraction  $\approx 1$ ), qui forme l'image ponctuelle  $A_i$  d'un objet ponctuel  $A_o$ , la formule de conjugaison de Descartes et le grandissement transversal  $G_t$  associé sont :

$$\frac{1}{\overline{OA_i}} - \frac{1}{\overline{OA_o}} = \frac{1}{f} \quad \text{et} \quad G_t = \frac{\overline{OA_i}}{\overline{OA_o}}$$

Les distances sont algébriques, le sens positif étant celui de la lumière incidente. En outre, dans tout l'exercice, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites.

7. Que peut-on dire de  $\mathcal{S}$  ?

- A)  $\mathcal{S}$  est convergent  
 B)  $\mathcal{S}$  est afocal  
 C)  $\mathcal{S}$  est divergent  
 D) On ne peut rien dire *a priori*

8. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont exactes ?

- A) On ne pourrait pas élargir le faisceau avec un système optique formé uniquement de  $\mathcal{L}_1$  suivie de  $\mathcal{L}_2$ .  
 B) Avec le système formé uniquement de  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_3$ , positionnés de sorte que le foyer objet de  $\mathcal{L}_3$  coïncide avec le foyer image de  $\mathcal{L}_1$ , le faisceau sera nécessairement élargi.  
 C) Avec le système formé de  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_3$ , on ne peut pas faire un système afocal en plaçant le foyer objet de  $\mathcal{L}_3$  au foyer image de  $\mathcal{L}_1$ .  
 D) On ne pourrait pas élargir le faisceau incident en utilisant uniquement les lentilles  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_3$ .

9. Quelle relation existe-t-il entre  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $\Delta_1 = \overline{O_1O_2}$  et  $\Delta_2 = \overline{O_2O_3}$  ?

- A)  $\frac{1}{f_2} - \frac{1}{\Delta_1 - f_1} - \frac{1}{\Delta_2 - f_3} = 0$   
 B)  $\frac{1}{f_2} + \frac{1}{\Delta_1 - f_1} + \frac{1}{\Delta_2 - f_3} = 0$   
 C)  $\frac{1}{f_2} - \frac{1}{\Delta_1 - f_1} + \frac{1}{\Delta_2 - f_3} = 0$   
 D)  $\frac{1}{f_2} + \frac{1}{\Delta_1 - f_1} - \frac{1}{\Delta_2 - f_3} = 0$

10. Déterminer l'expression du rapport  $D_f/D_i$

- A)  $\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_3(f_1 - \Delta_1)}{f_1(f_3 - \Delta_2)}$     B)  $\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_1(f_1 - \Delta_1)}{f_3(\Delta_2 - f_3)}$     C)  $\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_1\Delta_1}{f_3\Delta_2}$     D)  $\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_1\Delta_2}{f_3\Delta_1}$

11. Quelle est l'expression de  $f_1$  en fonction de  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $\Delta_1$  et du rapport des diamètres  $r_D = D_f/D_i$  ?

- A)  $f_1 = f_3 \left( \frac{f_2 - \Delta_1}{r_D f_2 + f_3} \right)$   
 B)  $f_1 = f_2 \left( \frac{f_3 - \Delta_1}{r_D f_2 + f_3} \right)$   
 C)  $f_1 = f_3 \left( \frac{\Delta_1 - f_2}{r_D f_2 + f_3} \right)$   
 D)  $f_1 = f_3 \left( \frac{f_2 - \Delta_1}{r_D f_3 - f_2} \right)$

12. On donne  $\Delta_1 = 1,2 \text{ cm}$ ,  $f_2 = -1 \text{ cm}$  et  $f_3 = 20 \text{ cm}$ . Pour quelle valeur approximative de  $f_1$  le rapport  $D_f/D_i$  est-il égal à 10 ?

- A)  $f_1 = 1,4 \text{ mm}$     B)  $f_1 = 4,4 \text{ mm}$     C)  $f_1 = 4,4 \text{ cm}$     D)  $f_1 = 1,4 \text{ cm}$

### Partie 3 : Freinage par induction électromagnétique

Un cadre métallique filiforme  $ABCD$ , de forme carrée (côté  $a$ ), est abandonné sans vitesse initiale, par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  du laboratoire supposé galiléen, dans le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme (on note  $\mathbf{g}$  le vecteur correspondant). On associe à  $\mathcal{R}$  la base cartésienne orthonormée  $\{O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$  où  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$  sont trois vecteurs unitaires portés, respectivement, par les axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . Le vecteur  $\mathbf{e}_z$  désigne le sens de la verticale descendante. Au cours de sa chute, ce cadre pénètre soudainement, à un instant pris comme origine du temps, dans une région, supposée illimitée, de l'espace ( $z > 0$ ) où règne un champ magnétique  $\mathbf{B}_a = -B_a \mathbf{e}_y$  ( $B_a > 0$ ) uniforme et stationnaire (Figure 3). Dans cet exercice, on désignera par  $z_A$  la cote du point  $A$ . On considère en outre que l'inductance propre du cadre est négligeable.

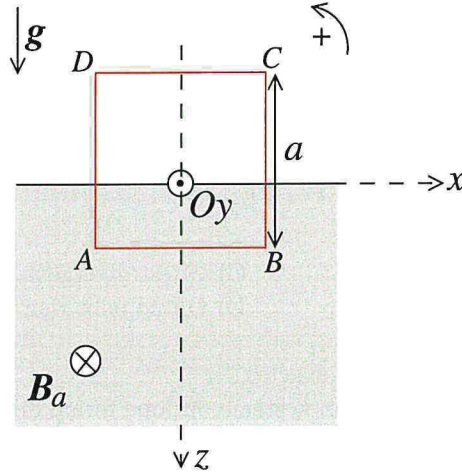


FIG. 3 – Cadre métallique pénétrant dans une région à champ magnétique constant et stationnaire

13. On oriente le cadre dans le sens trigonométrique (voir Figure 3). On note  $t_1$  l'instant à partir duquel le cadre se trouve entièrement immergé dans la région  $z > 0$ . Quelle est l'expression de la tension électromotrice (ou force électromotrice)  $e(t)$  induite au cours de la chute du cadre?
- A)  $e(t) = 0$  si  $t < 0$ ,  $e(t) = -aB_a \dot{z}_A$  si  $0 < t < t_1$  et  $e(t) = 0$  si  $t \geq t_1$   
 B)  $e(t) = 0$  si  $t < 0$ ,  $e(t) = aB_a \dot{z}_A$  si  $0 < t < t_1$  et  $e(t) = 0$  si  $t \geq t_1$   
 C)  $e(t) = 0$  si  $t < 0$ ,  $e(t) = -aB_a \dot{z}_A$  si  $t > 0$   
 D)  $e(t) = 0$  si  $t < 0$ ,  $e(t) = aB_a \dot{z}_A$  si  $t > 0$
14. Le cadre métallique présente une résistance  $R_c$ . Déterminer l'expression de la force de Laplace  $\mathbf{F}_L$  à laquelle est soumis le cadre.
- A)  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t < 0$  et  $\mathbf{F}_L(t) = \frac{a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$  si  $t > 0$  et  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t \geq t_1$   
 B)  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t < 0$  et  $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{4a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$  si  $t > 0$  et  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t \geq t_1$   
 C)  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t < 0$ ,  $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$  si  $0 < t < t_1$  et  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t \geq t_1$   
 D)  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t < 0$ ,  $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{a B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$  si  $0 < t < t_1$  et  $\mathbf{F}_L(t) = \mathbf{0}$  si  $t \geq t_1$
15. Établir, par rapport à  $\mathcal{R}$ , l'équation différentielle du mouvement de  $A$ , le cadre étant supposé être en translation rectiligne, au cours de sa chute pour les instants compris entre l'instant initial et  $t_1$ .
- A)  $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = -g$  avec  $\tau = \frac{mR_c}{B_a a^2}$   
 B)  $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = g$  avec  $\tau = \frac{mR_c}{B_a^2 a^2}$   
 C)  $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = -g$  avec  $\tau = \frac{B_a^2 a^2}{mR_c}$   
 D)  $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = g$  avec  $\tau = \frac{B_a^2 a^2}{mR_c}$

16. Calculer  $\tau$  si  $B_a = 1 \text{ T}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $m = 0,1 \text{ kg}$  et  $R_c = 10 \Omega$ .

- A)  $\tau = 4 \text{ s}$                       B)  $\tau = 400 \text{ s}$                       C)  $\tau = 4 \text{ min}$                       D)  $\tau = 1 \text{ min}$

17. Dédurre de la question précédente la loi d'évolution de la vitesse  $\dot{z}_A(t)$  sachant que la vitesse initiale est  $\dot{z}_A(0) = v_0$ .

- A)  $\dot{z}_A(t) = (v_0 - g\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$                       C)  $\dot{z}_A(t) = (v_0 + g\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$   
 B)  $\dot{z}_A(t) = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$                       D)  $\dot{z}_A(t) = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

18. On considère désormais le dispositif de la figure 4. Le cadre  $ABCD$  présente un interrupteur  $K$  qui permet de modifier le circuit fermé dans lequel pourrait circuler un éventuel courant induit : si  $K$  est en position 1 (point  $K_1$ ), le circuit fermé est la spire rectangulaire  $AMK_1D$  ; si  $K$  est en position 2 (point  $K_2$ ), le circuit fermé est la spire rectangulaire  $ABCD$ . Que peut-on dire sur  $e(t)$  si on maintient le cadre immobile et on commute soudainement  $K$  de la position 1 à la position 2 ? Ici encore, le cadre est orienté dans le sens trigonométrique.

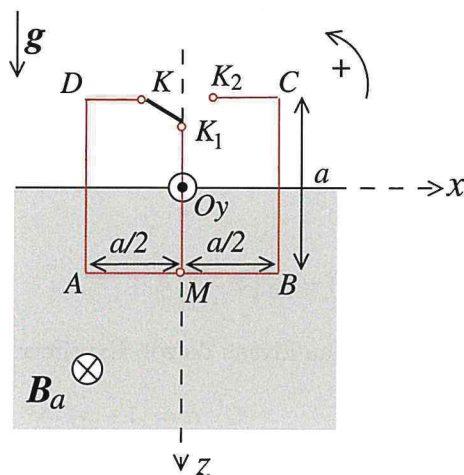


FIG. 4 – Cadre métallique présentant un interrupteur  $K$

- A)  $e(t) < 0$                       B)  $e(t) = 0$                       C)  $e(t) > 0$                       D) On ne peut rien dire *a priori*

#### Partie 4 : Modèle thermodynamique de la troposphère terrestre

La troposphère est la couche d'atmosphère comprise entre le sol et une altitude moyenne d'environ 10 km sous les latitudes européennes. On s'intéresse au profil vertical de la température  $T(z)$ ,  $z$  étant la coordonnée verticale ascendante dont l'origine est située au niveau du sol. On assimile l'air troposphérique à un gaz parfait de masse molaire  $M_a = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  et de masse volumique  $\rho(z)$ . On note  $\gamma$  le rapport  $C_p/C_v$  des capacités thermiques du gaz à pression et volume constants respectivement  $C_p$  et  $C_v$ . En outre,  $R \approx 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  désigne la constante des gaz parfaits. Dans l'exercice, on négligera la variation avec  $z$  du champ de pesanteur  $g$  dont la valeur sera prise à  $10 \text{ m.s}^{-2}$ . La pression est notée  $p$  ; sa valeur au niveau du sol est  $10^5 \text{ Pa}$ .

19. Donner l'équation d'état d'une masse d'air en faisant apparaître explicitement sa masse volumique  $\rho$ .

A)  $p = \frac{\rho}{M_a} RT$       B)  $p = \rho RT$       C)  $p = \frac{M_a}{\rho} RT$       D)  $p = \rho M_a RT$

20. Sachant que les mouvements verticaux des masses d'air sont des transformations thermodynamiques isentropiques, quelle relation vérifient la température  $T$  et la pression  $p$  d'une masse d'air identifiée lorsque celle-ci évolue verticalement ?

A)  $p^\gamma T = \text{Cte}$       B)  $p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{Cte}$       C)  $p T^{1-\gamma} = \text{Cte}$       D)  $p^\gamma T^{1-\gamma} = \text{Cte}$

21. Quelle équation relie les variations avec  $z$  de la température et de la pression, respectivement  $dT/dz$  et  $dp/dz$ , pour une masse d'air identifiée ?

A)  $\frac{dT}{dz} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{M_a}{\rho R} \frac{dp}{dz}$       B)  $\frac{dT}{dz} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\rho R}{M_a} \frac{dp}{dz}$       C)  $\frac{dT}{dz} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{M_a}{\rho R} \frac{dp}{dz}$       D)  $\frac{dT}{dz} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{M_a}{\rho R} \frac{dp}{dz}$

22. On admet que  $dp/dz = -\rho g$ . Déterminer la fonction  $T(z)$ . Parmi les réponses proposées,  $T_0$  désigne la température au sol ( $z = 0$ ).

A)  $T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)$  avec  $H = \frac{\gamma RT_0}{(1-\gamma)M_a g}$       C)  $T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)$  avec  $H = \frac{\gamma RT_0}{(\gamma-1)M_a g}$   
 B)  $T(z) = T_0 \left(1 + \frac{z}{H}\right)$  avec  $H = \frac{\gamma RT_0}{(1-\gamma)M_a g}$       D)  $T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)$  avec  $H = \frac{(\gamma-1)RT_0}{M_a g}$

23. Le profil vertical de la masse volumique s'écrit :

$$\rho(z) = \rho_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)^\alpha$$

où  $\alpha$  est un facteur et  $\rho_0$  la masse volumique au niveau du sol. Exprimer  $\alpha$ .

A)  $\alpha = 1$       B)  $\alpha = \gamma^{-1}$       C)  $\alpha = (1-\gamma)^{-1}$       D)  $\alpha = (\gamma-1)^{-1}$

24. Donner les valeurs approximatives de  $dT/dz$  et  $H$  si  $\gamma = 1,4$  et  $T_0 = 290 \text{ K}$ .

A)  $\frac{dT}{dz} \approx -10 \text{ K.km}^{-1}$       B)  $\frac{dT}{dz} \approx -10 \text{ K.m}^{-1}$       C)  $H \approx 10 \text{ km}$       D)  $H \approx 30 \text{ km}$

### Partie 5 : Quelques aspects des forces centrales

On considère un corpuscule  $A$  (masse  $m$ ) soumis à une force centrale attractive caractérisée par une énergie potentielle  $\mathcal{E}_p(r)$ ,  $r$  étant la distance de  $A$  au centre attracteur  $C$ . Ce dernier est l'origine d'un référentiel  $\mathcal{R}$  supposé galiléen. La force s'écrit :

$$\mathbf{F} = -\frac{K}{r^2} \mathbf{e}_r \quad \text{où} \quad \mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{CA}}{\|\mathbf{CA}\|}$$

est le vecteur unitaire radial et  $K$  est une constante positive.

25. Quelle est la forme de  $\mathcal{E}_p(r)$  si son origine est prise pour  $A$  et  $C$  infiniment éloignés l'un de l'autre?

- A)  $\mathcal{E}_p(r) = -Kr^{-2}$       B)  $\mathcal{E}_p(r) = -Kr^{-1}$       C)  $\mathcal{E}_p(r) = Kr^{-1}/2$       D)  $\mathcal{E}_p(r) = Kr^{-2}$

26. On note  $\mathbf{L}$  le moment cinétique, dans  $\mathcal{R}$ , de  $A$  au point  $C$ . Que peut-on dire de l'évolution temporelle de  $\mathbf{L}$  au cours du mouvement de  $A$ ?

- A) Le vecteur  $\mathbf{L}$  change de direction mais sa norme est constante.  
 B) Le vecteur  $\mathbf{L}$  ne change pas de direction et sa norme varie.  
 C)  $\mathbf{L}$  est une constante vectorielle.  
 D) La norme et la direction de  $\mathbf{L}$  ne sont pas constantes.

27. Quelle est l'expression de l'énergie mécanique  $\mathcal{E}_m$  de  $A$ ?

- A)  $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{K}{r}$       C)  $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} + \frac{K}{2r}$   
 B)  $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L}{2mr^2} - \frac{K}{r}$       D)  $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{K}{r}$

28. Parmi les assertions suivantes relatives au vecteur  $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - mKe_r$ , où  $\mathbf{p}$  est la quantité de mouvement de  $A$ , dans  $\mathcal{R}$ , lesquelles sont exactes?

- A)  $\frac{d\mathbf{\Lambda}}{dt} = \mathbf{0}$       B)  $\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{L} = 0$       C)  $\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{L} > 0$       D)  $\frac{d\mathbf{\Lambda}}{dt} < \mathbf{0}$

29. Le corpuscule  $A$  est un satellite qui effectue des révolutions circulaires, de rayon  $R_A$ , autour du centre  $C$  de la Terre. Quelle est la norme  $v_A$  de la vitesse de  $A$  et quelle égalité relie son énergie cinétique et son énergie potentielle?

- A)  $v_A = \left(\frac{K}{mR_A}\right)^{1/2}$       B)  $v_A = \left(\frac{K}{mR_A}\right)^2$       C)  $\mathcal{E}_k = \frac{\mathcal{E}_p}{2}$       D)  $\mathcal{E}_k = -\frac{\mathcal{E}_p}{2}$

30. Le satellite rentre dans l'atmosphère terrestre et est alors soumis à une force de frottement. Identifier les affirmations exactes.

- A) En moyenne sur une révolution, le satellite ralentit.  
 B) Le vecteur représentant la force de frottement est de sens opposé au vecteur vitesse de  $A$ .  
 C) La norme de l'accélération du satellite augmente au cours du temps.  
 D) Le moment cinétique de  $A$  est toujours une constante vectorielle.



## Partie 6 : Électron accéléré et champ magnétostatique

Dans un canon de microscope électronique, un électron  $A$  (masse  $m_e$ , charge électrique  $-e$ ) est émis, avec une vitesse initiale négligeable, le long d'un axe  $Ox$ , par une plaque métallique  $\mathcal{P}_1$  portée à un potentiel nul. Cet électron est accéléré, dans le vide, grâce à une grille métallique  $\mathcal{P}_2$  portée à un potentiel constant  $V_a = 100$  V (Fig. 5). Les plaques  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  sont habituellement appelées cathode et anode, respectivement.

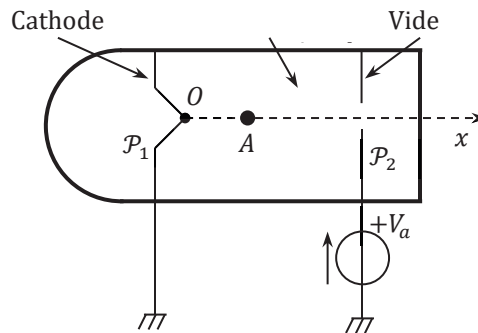


Fig. 5 – Canon d'un microscope électronique

31. Quelle est la vitesse  $v$  de  $A$  lorsqu'il atteint l'anode ?

- A)  $v = \sqrt{\frac{eV_a}{m_e}}$       B)  $v = \sqrt{\frac{2eV_a}{m_e}}$       C)  $v = \sqrt{\frac{2m_e V_a}{e}}$       D)  $v = \frac{2eV_a}{m_e}$

32. Calculer  $v$ . On indique les valeurs approximatives des constantes fondamentales suivantes :  $m_e \approx 9 \times 10^{-31}$  kg et la charge élémentaire  $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

- A)  $v \approx 6 \times 10^2$  m.s<sup>-1</sup>      B)  $v \approx 6 \times 10^4$  m.s<sup>-1</sup>      C)  $v \approx 6 \times 10^6$  m.s<sup>-1</sup>      D)  $v \approx 6 \times 10^8$  m.s<sup>-1</sup>

33. Quelle est la longueur d'onde de De Broglie,  $\lambda_{DB}$ , d'un électron de vitesse  $v$  ?  $h \approx 6,63 \times 10^{-34}$  J.s désigne la constante de Planck, parmi les expressions ci-dessous.

- A)  $\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2em_e V_a}}$       B)  $\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2eV_a}}$       C)  $\lambda_{DB} \approx 100$  pm      D)  $\lambda_{DB} = 100$  nm

34. Une fois la vitesse  $v$  acquise, on s'arrange à la sortie (non représentée sur la figure) du canon pour que l'électron pénètre dans une région où règne seulement un champ magnétique  $\vec{B}$ , stationnaire et uniforme, dont la direction est perpendiculaire à la direction de la vitesse incidente de l'électron. Que dire quant à la trajectoire de l'électron dans cette région ?

- A) L'électron n'est pas dévié et suit donc une trajectoire rectiligne.  
 B) La trajectoire de l'électron est une parabole.  
 C) La trajectoire de l'électron est circulaire de rayon proportionnel à  $B$ .  
 D) La trajectoire de l'électron est circulaire de rayon proportionnel à  $\frac{\sqrt{V_a}}{B}$ .

35. Lorsque l'électron quitte la région où règne le champ magnétique, que peut-on dire de son vecteur vitesse  $\vec{v}_s$  et de sa trajectoire (on négligera l'influence du poids) ?

- A) Le vecteur  $\vec{v}_s$  possède une norme égale à  $6 \times 10^6$  m.s<sup>-1</sup>.  
 B) Le vecteur  $\vec{v}_s$  a la même direction que lorsque l'électron est rentré dans la région du champ magnétique.  
 C) La trajectoire de l'électron est toujours circulaire.  
 D) La trajectoire de l'électron est rectiligne.

36. On s'intéresse à l'angle  $\theta_m$ , dit de déflexion magnétique, que forme la direction de  $\vec{v}_s$  avec l'axe  $Ox$  lorsque  $A$  sort de la région du champ magnétique. Cet angle est

$$\theta_m = \sqrt{\frac{e}{2m_e V_a}} BL^\alpha$$

où  $\alpha$  est un nombre réel et  $L$  une longueur ; précisément,  $L$  est la longueur de la trajectoire de l'électron dans la région du champ magnétique. À l'aide d'une analyse dimensionnel, déterminer  $\alpha$ .

- A)  $\alpha = -1$       B)  $\alpha = 0$       C)  $\alpha = 1$       D)  $\alpha = 2$

## Partie B : Dosages acidobasiques

Attention : dans tout l'exercice, les réactions de dosages (quantitatives) sont appelées « réactions prépondérantes ».

### 1) Titrage pH-métrique et conductimétrique

L'acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$  est un diacide dont la première acidité est forte.

a) L'acide commercial utilisé est une « solution aqueuse » à 98% en masse de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , de masse volumique  $1,84 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$ . Déterminer la valeur de la concentration molaire de l'acide sulfurique commercial.

b) Un volume  $V_0 = 5,0 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse d'acide sulfurique est introduit avec  $10 \text{ mL}$  d'eau dans un bécher. Cette solution est titrée par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_B = 0,5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Le titrage est suivi par pH-métrie.

Quelle(s) électrode(s) est (sont) utilisée(s) avec le pH-mètre ?

c) Quels sont les acides présents, en quantités non négligeables, avant tout ajout de la solution titrante ? Justifier avec soin votre réponse.

d) Une simulation de ce titrage est donnée figure 1. Attribuer à chacune des courbes les représentations suivantes :  $\text{pH} = f(V)$ ,  $\%[\text{HSO}_4^-] = g(V)$  et  $\%[\text{SO}_4^{2-}] = h(V)$ .

e) En déduire la ou les réactions prépondérantes qui ont lieu avant l'équivalence. Déterminer la valeur de leur constante d'équilibre à  $25^\circ\text{C}$ .

f) Quelle la concentration molaire  $C_A$  de l'acide sulfurique titré ?

g) Le titrage pH-métrique met-il en évidence les deux acidités ? Justifier.

h) Ce titrage est également réalisé par conductimétrie. Les conditions expérimentales sont identiques.

Décrire le fonctionnement d'une cellule conductimétrique.

i) Le conductimètre doit-il être étalonné ? Justifier.

j) En supposant que l'effet de la dilution peut être négligé, représenter l'allure du graphique  $\sigma = f(V)$  ( $V$  désignant le volume de soude versé). Indiquer, pour chaque partie du graphique, la réaction prépondérante associée et justifier les changements de pente en utilisant les valeurs des conductivités ioniques molaires fournies dans les données.

k) Combien de volumes équivalents détecte-t-on ? Déterminer ces volumes équivalents.

l) Comparer les deux méthodes : titrage pH-métrique et titrage conductimétrique.

### 2) Titrage d'un mélange d'acides : acide sulfurique et dioxyde de soufre dissout dans l'eau

On réalise maintenant le titrage de  $V_0 = 40 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse contenant de l'acide sulfurique à la concentration molaire  $C_1$  et du dioxyde de soufre dissout ( $\text{SO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  encore noté  $\text{H}_2\text{SO}_3$ ) à la concentration molaire  $C_2$  par la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium à  $C_B = 0,5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

On réalise deux titrages.

– Le premier titrage est réalisé en présence de quelques gouttes de rouge de métacrésol. Le changement de couleur a alors lieu pour  $V_{E1} = 20 \text{ mL}$ .

– Lors d'un deuxième titrage en présence de rouge de crésol, le virage de l'indicateur coloré est observé pour  $V_{E2} = 32 \text{ mL}$ .

a) Sur un axe de  $\text{pH}$ , faire apparaître tous les couples acido-basiques mis en jeu dans ce titrage, ainsi que leur  $\text{p}K_A$ .

b) Quelles espèces ont été titrées lors de l'équivalence observée en présence de rouge de métacrésol ? En déduire les réactions prépondérantes qui ont eu lieu et déterminer la valeur de leur constante d'équilibre.

c) Répondre à la même question lors de l'équivalence observée en présence de rouge de crésol.

d) En déduire les valeurs des concentrations  $C_1$  et  $C_2$  des deux acides titrés.

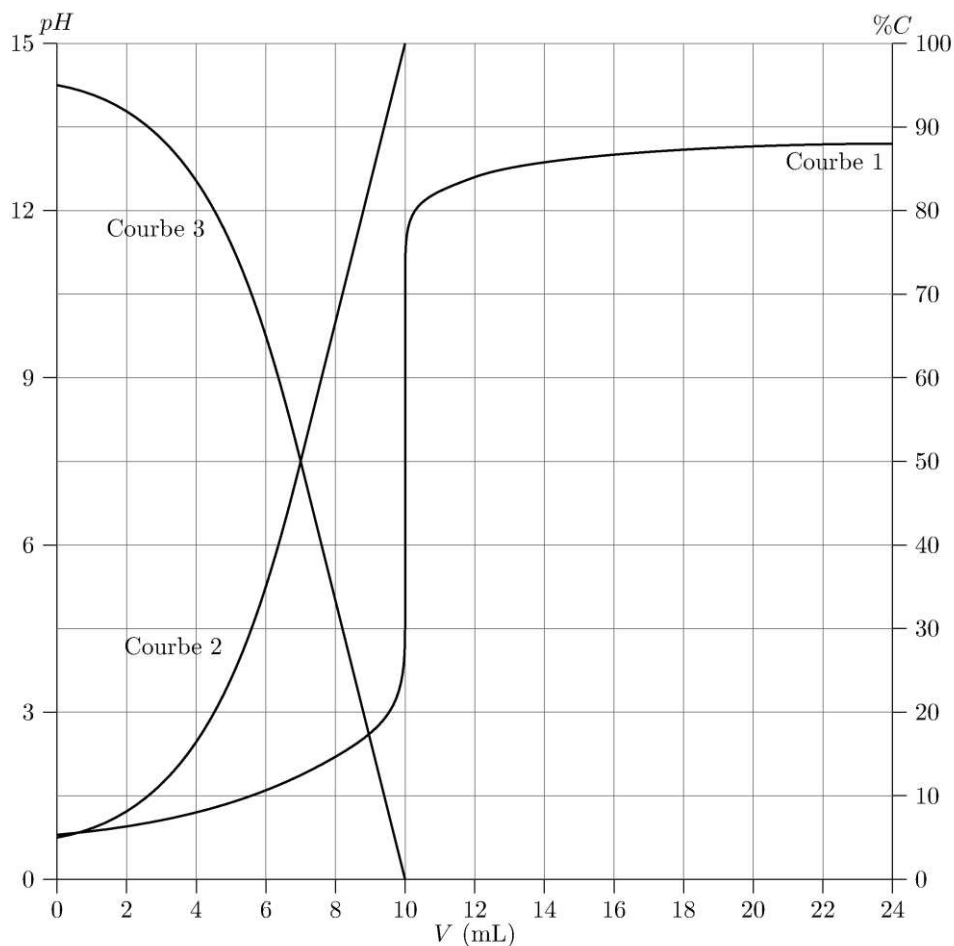


Figure 1 Titration de l'acide sulfurique

**Données :**

Couple	$pK_A$
$\text{HSO}_4^- / \text{SO}_4^{2-}$	1,9
$\text{H}_2\text{SO}_3 / \text{HSO}_3^-$	2,0
$\text{HSO}_3^- / \text{SO}_3^{2-}$	7,6

Ion	$\lambda^0 (\text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1})$
$\text{Na}^+$	5,01
$\text{H}_3\text{O}^+$	34,99
$\text{HSO}_4^-$	5,20
$\frac{1}{2}\text{SO}_4^{2-}$	8,00
$\text{HO}^-$	19,92

Indicateur	Couleur forme acide	Couleur forme basique	$pK_A$
Rouge de métacrésol	Rouge	Jaune	1,7
Rouge de crésol	Jaune	Rouge	8,2

Masses molaires atomiques en  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$  :  
 H : 1      O : 16      S : 32