ASSERVISSEMENT PRESENTATION

1 – DEFINITION DES SCIL (A)

- ***S**ystèmes :* Ensemble constitué en vue de réaliser une fonction.
- ***C**ontinus :* Les paramètres de nos systèmes sont des fonctions continues du temps.
- ***I**nvariants :* Les caractéristiques du système sont constantes au regard du temps de réponse du système. Masse solide, résistance électrique…
- ***L**inéaires :* Les sorties sont proportionnelles aux entrées :

  Pour une entrée $e(t)$ on a $s(t) = k\,.\ e(t)$

  Et pour l'entrée $\alpha.e_1(t) + \beta.e_2(t)$ $s(t) = k\left(\ \alpha.e_1(t) + \beta.e_2(t)\right)$
- ***A**sservis :* Un système asservi est un système dans lequel la sortie réelle est scrutée en permanence pour pouvoir être ajustée à la sortie désirée. On peut donc déduire 2 choses :
  - La présence d'un bouclage.
  - La sortie désirée est la consigne en entrée de l'asservissement.

2 – MODELISATION DU SYSTEME ASSERVI PAR LES LOIS PHYSIQUE.

Nos systèmes ont un comportement que les lois de la physique nous permettent de modéliser. On utilisera donc le principe fondamental de la dynamique, la loi d'Ohm, la mécanique des fluides, etc afin de décrire par des équations temporelles le comportement du système.

Pour un système linéaire continu quelconque, le comportement est décrit par une équation différentielle temporelle du type :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 e(t)$$

Une fois ce modèle de connaissance obtenu, il faut encore l'adapter à l'étude des SCIL.

Quatre étapes sont souvent nécessaires.

- **La linéarisation autour d'un point de fonctionnement.**

Pour les systèmes qui ne sont pas linéaires, une linéarisation s'impose.
Elle est faite autour du point de fonctionnement.

- **Passage du domaine temporel au domaine fréquentiel**

La transformée Mathématique dite de Laplace, nous permet, de passer du comportement temporel au comportement fréquentiel du système.

Vous avez déjà vu la transformée de Laplace en cours de PTSI, mais on peut rappeler quelques notions élémentaires :

- Par convention, la transformée de Laplace de $f(t)$ s'écrit $F(p)$ ou parfois $F(s)$
- La transformée de $\dot{f}(t)$ la dérivée par rapport au temps d'une fonction $f(t)$ donne :
$$p.F(p) - f(0^+)$$
- La transformée de l'intégrale par rapport au temps d'une fonction $f(t)$ donne :
$$\frac{F(p)}{p} + \frac{f(0^+)}{p}$$

Attention : La transformée de Laplace de dérivée et d'intégrale est plus simple car les conditions Heaviside sont $f(0^+) = 0$ ainsi que$\dot{f}(0^+) = 0$ etc…
Ceci correspond à des conditions initiales nulles, utilisé quasiment toujours, car correspond bien à un asservissement autour d'un point de fonctionnement.

Appliquons la transformée de Laplace (avec conditions initiales nulles) :

$$(a_n.p^n + a_{n-1}.p^{n-1} + \ldots + a_0)S(p) = (b_m.p^m + \ldots + b_0)E(p)$$

- **La mise en forme du schéma bloc**

Cette étape n'est pas indispensable, mais elle permet de visualiser plus facilement les entrées, sorties, mais aussi perturbations et variables intermédiaires.

- **Expression des fonctions de transfert.**

Cette dernière étape permet donc de trouver l'expression $\frac{Sortie(p)}{Entrée(p)}$. C'est-à-dire la fonction de transfert de notre système. On appelle $H(p)$ la transmittance :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_m.p^m + b_{m-1}.p^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n.p^n + a_{n-1}.p^{n-1} + \ldots + a_0} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

$N(p)$ est le numérateur et $D(p)$ le dénominateur.

La transmittance $H(p)$ peut se mettre sous différentes formes :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{b_0}{a_0}\left(\frac{b_m}{b_0}.p^m + \frac{b_{m-1}}{b_0}.p^{m-1} + \ldots + 1\right)}{\frac{a_n}{a_0}.p^n + \frac{a_{n-1}}{a_0}.p^{n-1} + \ldots + 1} \text{ (forme canonique)}$$

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K(p - z_1)(p - z_2)\ldots(p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2)\ldots(p - p_n)} \text{ (forme factorisée)}$$

- Les z_i sont les zéros de la fonction de transfert. Ils peuvent être réels ou complexes.
- Les p_i sont les pôles de la fonction de transfert. Ils peuvent être réels ou complexes
- Le degré de $D(p)$ est appelé l'**ordre** de la fonction de transfert (ou du système).
- L'équation $D(p) = 0$ est appelée équation caractéristique du système.
- Le facteur constant $\frac{b_0}{a_0}$ est appelé le gain statique du système. $\frac{b_0}{a_0} = K\frac{\prod z_i}{\prod p_i}$
- S'il existe une racine nulle d'ordre α de$D(p)$, un terme p^α est dans $D(p)$ α est alors la classe du système.

2 BIS – MODELISATION DU SYSTEME PAR IDENTIFICATION

La seconde méthode de modélisation est expérimentale.
Soit, à partir d'essais sur le système, on va identifier le comportement à un modèle connu le plus proche des réponses réelles relevées, on parle alors de modèle de représentation

On soumet notre système à des signaux d'entrée simples (souvent un échelon), on relève la sortie du système.

L'analyse de la sortie nous permet alors de caractériser notre système comme un premier ordre, un second ordre, le produit d'un premier ordre et d'un second etc…

RAPPEL DE LA TRANSFORMEE DE LAPLACE

Définition : $F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt}.f(t)\,.dt$ avec $f(t) = 0$ pour $t < 0$.

Transformées de Laplace usuelles :

$f(t) = 1.u(t)$ tel que $u(t) = 0$ pour $t < 0$	$F(p) = \frac{1}{p}$	$f(t) = t\,.\,e^{-at}\,.\,u(t)$	$F(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$
$f(t) = t\,.u(t)$	$F(p) = \frac{1}{p^2}$	$f(t) = \cos(\omega t)\,.u(t)$	$F(p) = \frac{p}{p^2+\omega^2}$
$f(t) = \delta(t)$	$F(p) = 1$	$f(t) = \sin(\omega t)\,.u(t)$	$F(p) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$f(t) = e^{-at}\,.\,u(t)$	$F(p) = \frac{1}{p+a}$	$e^{-at}\,.\,f(t)$	$F(p+a)$

Dérivation par rapport au temps :

$\frac{d(f(t))}{dt}$	$p\,.\,F(p) - f(0^+)$	Les conditions initiales nulles (conditions d'HEAVISIDE) sont courantes en asservissement.
$\frac{d^2(f(t))}{dt^2}$	$p^2.F(p) - p\,.\,f(0^+) - f'(0^+)$	

Théorème du retard :

$f(t-\tau)$	$e^{-\tau p}\,.\,F(p)$

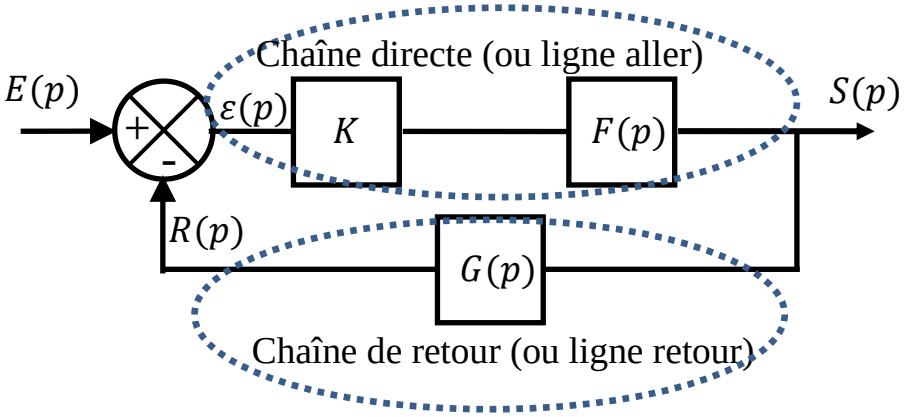
Théorème de la valeur finale : $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} p.F(p)$

Théorème de la valeur initiale : $\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{p\to\infty} p.F(p)$

3 – METHODE D'ANALYSE DES SYTEMES ASSERVIS

Un système asservi de base comprend :

- Un amplificateur gain K.
- Un actionneur/effecteur de transmittance $F(p)$.
- Une boucle de retour par capteur de transmittance $G(p)$.



On s'intéressera à la **fonction de transfert en boucle fermée FTBF** :

$$FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} ici \ = à \ \frac{K.F(p)}{1 + K.F(p).G(p)}$$

Mais également à la **fonction de transfert en boucle ouverte FTBO** :

$$FTBO(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = K.F(p).G(p) \text{ soit le produit ligne aller . ligne retour}$$

Revenons sur l'équation différentielle du comportement du système linéaire et continu :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 e(t)$$

Soumettons le système à une entrée sinusoïdale : $e(t) = E_0.e^{j\omega t}$
Comme le système est linéaire, la sortie sera sinusoïdale : $s(t) = S_0.e^{j\omega t + \varphi}$
Les règles de dérivation de la fonction exponentielle sont connues de tous et donnent :

$$\frac{d^m e(t)}{dt^m} = (j\omega)^m E_0.e^{j\omega t} \ et \ \frac{d^n s(t)}{dt^n} = (j\omega)^n S_0.e^{j\omega t + \varphi}$$

Sur l'équation cela donne :

$$(a_n(j\omega)^n + \ldots\ldots + a_0) S_0.e^{j\omega t + \varphi} = (b_m(j\omega)^m + \ldots\ldots + b_0) E_0.e^{j\omega t}$$

$$\frac{S_0.e^{j\varphi}}{E_0} = \frac{(b_m(j\omega)^m + \ldots\ldots + b_0)}{(a_n(j\omega)^n + \ldots\ldots + a_0)} \text{ soit la transmittance } H(j\omega)$$

Donc en remplaçant le p de la fonction de transfert $H(p)$ par la variable $j\omega$, on trouve un nombre complexe qui représente la sortie du système soumis à l'entrée sinusoïdale :

$\frac{S_0.e^{j\varphi}}{E_0}$ avec : Le module $\frac{S_0}{E_0}$ (rapport entre sortie et l'entrée) (ou gain)

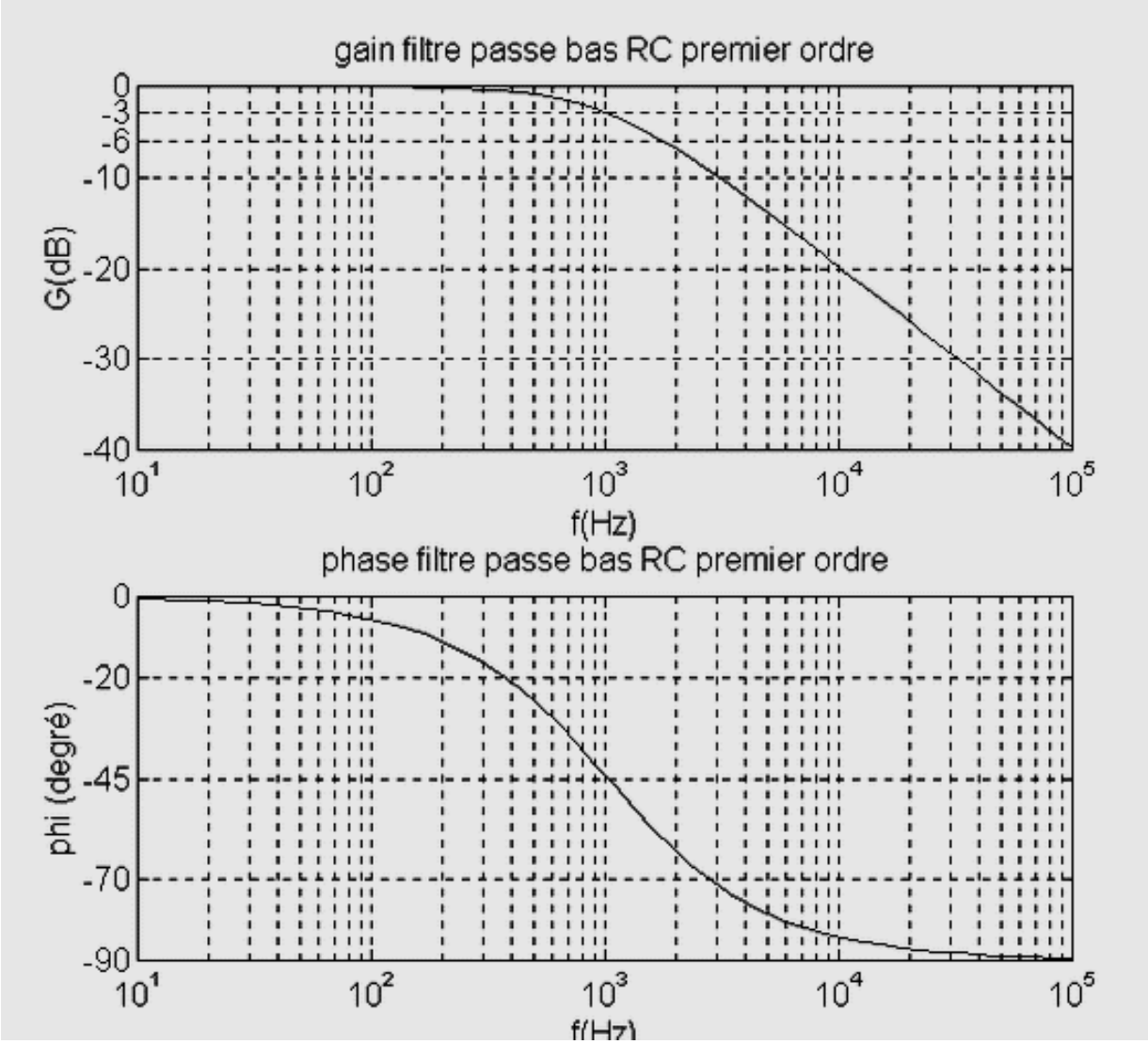
L'argument φ , le déphasage entre sortie et entrée

Evidemment ce module et cet argument vont varier avec le ω qui représente la pulsation de notre signal d'entrée. Voilà comment, grâce à la transformée de Laplace avec la variable $j\omega$, on passe du domaine temporel (équation diff) au domaine fréquentielle (F de Transfert).

Un seul graphe (au programme) nous permet de visualiser $H(j\omega)$.

- **Le diagramme de Bode.**

Le principe est simple : Deux graphes, l'un pour le module en dB $(20\,log|H(j\omega)|)$ et l'autre pour l'argument tous les deux en fonction de ω sur une échelle logarithmique



Définitions : On appelle sur l'axe des pulsations :

Une décade, une longueur de 1 à 10 ou de 10 à 100 etc…

Une octave, une longueur de 1 à 2 ou de 2 à 4 etc...

Remarque le gain diminue souvent quand ω augmente : Les servomécanismes sont souvent des passe-bas

4 – RESPECT DU CAHIER DES CHARGES (CDC)

Maintenant on va pouvoir travailler sur cette fonction de transfert afin de déterminer si le système asservi respecte le CDC constitué pour tout mécanisme.

On observera les trois critères suivants :

- **La stabilité.**

Un système instable est un système qui pour une entrée finie nous donne une sortie infinie. Dans la pratique, la sortie du système diverge. (Mise en butée dans la réalité !!)
Un pompage de la sortie indique un système proche de l'instabilité.

On appliquera des critères pour voir si notre système est instable :

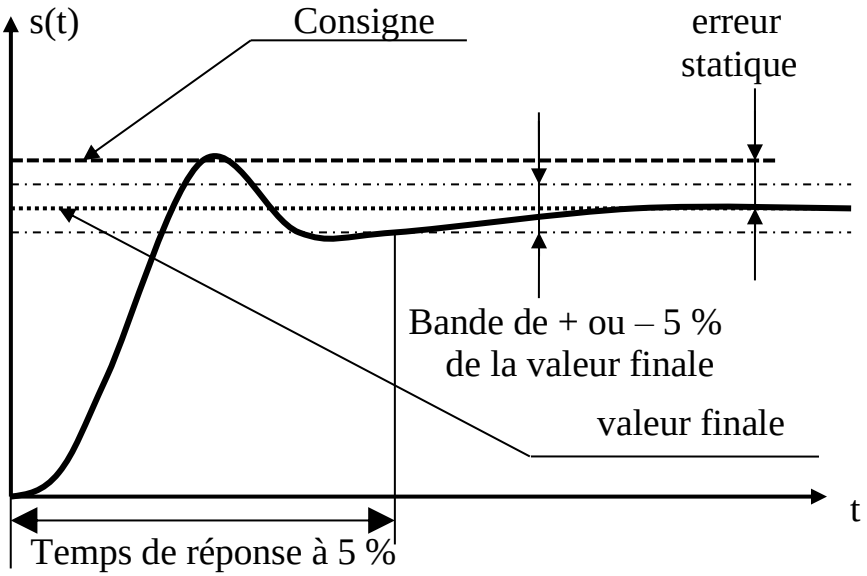
- Le critère du revers sur la FTBO de notre système.
- Le critère de pôles sur la FTBF.

- **La précision.**

Le nom du critère indique bien ce que l'on va regarder ici.
On vérifiera si la sortie du système est bien dans la fourchette de précision donner par le CDC.

- **La rapidité**

On regardera ici si le système répond en un temps correct donné par le CDC.



On va donc regarder le temps de réponse pour une valeur proche de la valeur finale.
En pratique le critère de rapidité se traduit par le temps de réponse à 5 %, c'est-à-dire au bout de combien de temps la réponse est définitivement dans la bande de +/– 5% de la valeur finale.

5 – CONCLUSION

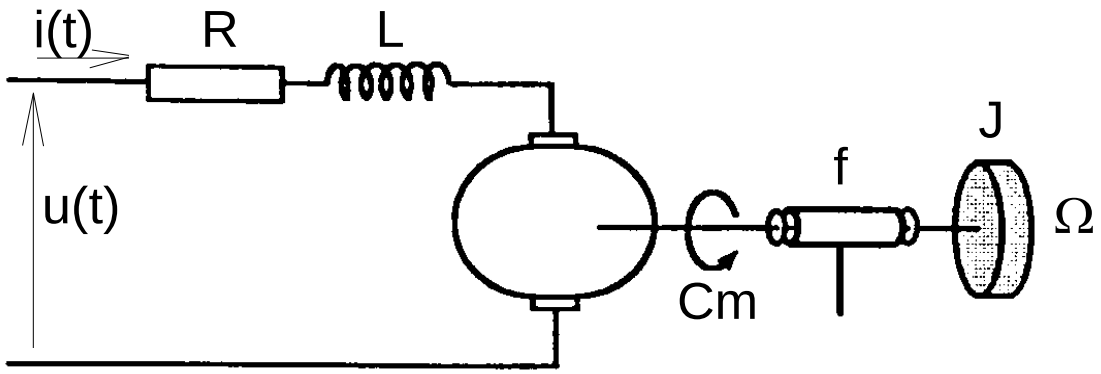
Afin de respecter ces critères, il nous faudra sans doute insérer un correcteur.
Ce correcteur est en fait un système électronique, qui va traiter le signal de l'erreur (retour – consigne) afin de commander le mécanisme de façon la plus efficace possible.
Ce correcteur est d'ailleurs placé toujours après le comparateur avec l'amplification de $\varepsilon(t)$, il fait partie de l'électronique du système.

6 – EXEMPLE D'UN MOTEUR.

Pour conclure ce chapitre de présentation, nous allons dérouler la méthode pour un exemple très souvent rencontré : Le moteur à courant continu à flux constant.

6.1 – Modélisation à partir des lois de la physique

On choisit donc un modèle dit de connaissance.
On considère que ce moteur tourne à vide



Avec les paramètres : R et L, résistance et inductance du circuit induit ;
K_e, constante de f.c.e.m. (force contre électro motrice) ;
K_c, constante de couple ;
f, coefficient de frottements visqueux sur l'arbre moteur ;
J, Inertie propre de l'arbre moteur.

Avec les variables : $u(t)$ et $i(t)$, tension de commande et courant moteur ;
$\omega(t)$, vitesse de rotation du moteur ;
$e(t)$, tension contre électro motrice ;
$c_m(t)$, couple moteur.

La loi d'Ohm sur le circuit électrique donne :

$$(1) \qquad u(t) = R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

Les équations de couplage électromécanique sont :

$$(2) \quad e(t) = K_e.\omega(t) \qquad \text{et} \qquad (3) \quad c_m(t) = K_c.i(t)$$

Le PFD appliqué à la partie tournante du moteur donne :

$$(4) \qquad c_m(t) - f\omega(t) = J\frac{d\omega(t)}{dt}$$

- **La linéarisation autour d'un point de fonctionnement.**

La linéarisation n'est pas utile pour cet exemple du moteur, car les équations physiques sont déjà linéaires

- **Passage du domaine temporel au domaine fréquentiel**

Les équations du moteur (1), (2), (3) et (4) deviennent alors :

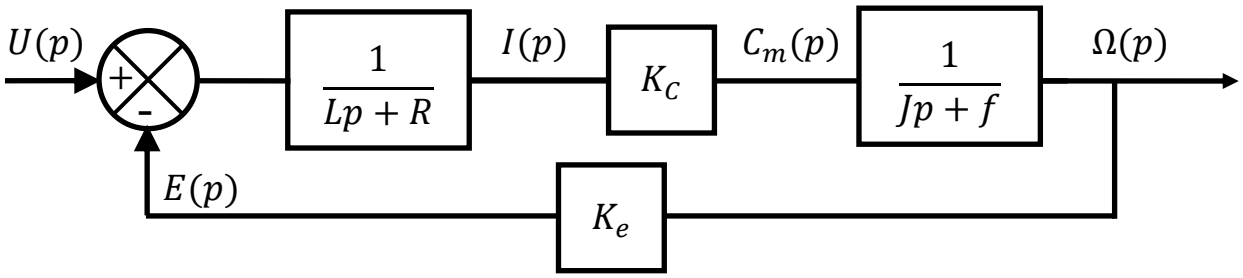
(1) $U(p) = R.I(p) + Lp.I(p) + E(p)$ soit $U(p) - E(p) = (R + Lp)I(p)$

(2) $E(p) = K_e.\Omega(p)$

(3) $C_M(p) = K_c.I(p)$

(4) $C_M(p) - f.\Omega(p) = J.p.\Omega(p)$ soit $C_M(p) = (J.p + f)\Omega(p)$

- **La mise en forme du schéma bloc**



- **Expression des fonctions de transfert.**

Pour le moteur :

$$H_M(p) = FTBF(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_c}{K_cK_e + Rf}}{1 + \frac{Lf + RJ}{K_cK_e + Rf}p + \frac{LJ}{K_cK_e + Rf}p^2}$$

La FTBO devrait être le produit des 4 "cases", mais une FTBO correspond à la fonction de transfert de votre système avec votre capteur débranché.

Ici est-il possible de débrancher la tension contre électromotrice ?

<u>Attention :</u> Tous les bouclages apparaissant sur un schéma bloc ne sont pas synonymes d'asservissement.

Sur les schémas blocs, il y a deux types de bouclage :

- Le bouclage dû au retour par capteur (boucle de rétroaction)
- Le bouclage dû aux imbrications physiques des variables.

Le moteur sera souvent présent dans nos asservissements, il pourra donc apparaître plusieurs bouclages : Celui des capteurs pour l'asservissement, et son propre bouclage interne.
Parfois son bouclage interne ne sera plus visible, car fondu dans $H_M(p) = FTBF(p)$