

DS n°5 de Physique-Chimie

PTSI 2019-2020

- *L'usage de calculatrices est interdit.*
- *Les parties peuvent être traitées de manière indépendantes.*
- *Vous avez 4h, travaillez bien!*

1 Questions de cours

1.1 Du déjà vu? Mais oui!

1. Montrer qu'un circuit RC série peut avoir un comportement de type passe haut pour le courant sans faire de calculs. Donner ensuite l'expression de la fonction de transfert correspondante et vérifier votre résultat.
2. Montrer que la pente à basse fréquence d'un passe-haut d'ordre 1 est de +20dB/decades et justifier à partir d'une expression de la fonction de transfert le terme de pseudo-dérivateur pour ce filtre.
3. Donner l'expression du vecteur position dans un repère cartésien et cylindrique (faire un schéma clair et soigné précisant les axes du repère cartésien et les deux différentes bases).
4. Comment s'exprime le vecteur vitesse dans un repère cartésien et cylindrique? Et le vecteur accélération?
5. Donner l'expression du vecteur déplacement élémentaire dans un repère cartésien et cylindrique.

1.2 Du nouveau!

6. On note de manière compacte une équation bilan d'une réaction chimique : $\sum_i \nu_i A_i = 0$. A quoi correspondent l'indice i et les termes A_i et ν_i ?
7. Définir l'avancement de la réaction. Relier cette grandeur à la quantité de matière initiale (notée $n_{i,0}$) et à un instant quelconque de l'avancement (notée n_i) de n'importe quelle "..." A_i (utilisez le terme approprié à la place des pointillés pour désigner A_i dans votre réponse).
8. Donner l'expression des activités chimiques de constituants sous forme liquide, solide, gazeux et en milieux aqueux en fonction de grandeurs physiques usuelles.
9. Comment s'exprime le quotient réactionnel d'une réaction dont l'équation bilan s'écrit $\sum_i \nu_i A_i = 0$?
10. Dans le cas où un système physico-chimique est à l'équilibre thermodynamique, que vérifie le quotient réactionnel? Comment s'appelle cette loi? Que vérifie le quotient réactionnel lorsque la réaction évolue dans le sens indirect?

2 Etude d'une particule chargée : cyclotron et spectromètre de masse

- On considère un référentiel \mathcal{R} galiléen muni d'un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Une particule chargée de charge q positive et de masse m pénètre avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ au point O de coordonnées $(0, 0, 0)$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$ perpendiculaire à \vec{v}_0 (Figure 1).
 - Montrer que la norme de la vitesse de la particule est constante.
 - Montrer que la trajectoire est plane.
 - On admet que la trajectoire est circulaire. Montrer que le rayon est égal à :

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

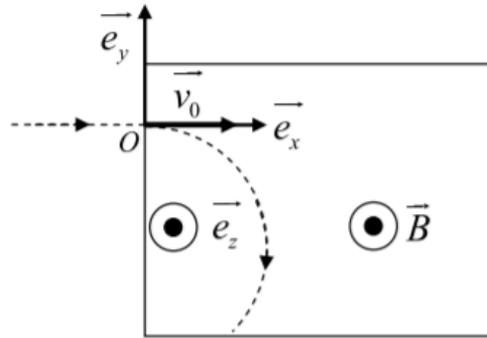


FIGURE 1 – Trajectoire d'une particule de charge q positive dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme.

- Pour séparer les deux isotopes naturels de l'Uranium (l'uranium 238 et l'uranium 235), il avait été envisagé d'utiliser un spectrographe de masse. Cet appareil comporte trois parties, représentées en Figure 2, où règne un vide poussé.

Les atomes d'uranium sont ionisés dans une chambre d'ionisation en U^+ (de charge électrique $q_{U^+} = e$) d'où ils sortent par la fente F_1 avec une vitesse négligeable.

Ces ions sont accélérés par un champ électrostatique uniforme imposé par une tension $W = V_{P_2} - V_{P_1}$ entre les plaques P_1 et P_2 .

Enfin, les ions pénètrent dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B = 0,1$ T) perpendiculaire au plan de la figure. Ils décrivent alors deux trajectoires circulaires de rayons R_1 et R_2 et parviennent dans deux collecteurs C_1 et C_2 .

Les masses de l'uranium 235 et de l'uranium 238 sont : $m_{U5} = 235$ u.m.a. et $m_{U8} = 238$ u.m.a.. Une unité de masse atomique (u.m.a.) vaut : $1 \text{ u.m.a.} \simeq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

- Quel est le signe de la tension W ? Justifier.
- Donner l'expression littérale de la vitesse v_{U8} de l'isotope $^{238}\text{U}^+$ en F_2 , en fonction de e , W et m_{U8} . Justifier votre réponse.
- Calculer la valeur de la tension W pour que la distance entre les collecteurs C_1 et C_2 soit égale à $d = 2$ cm.

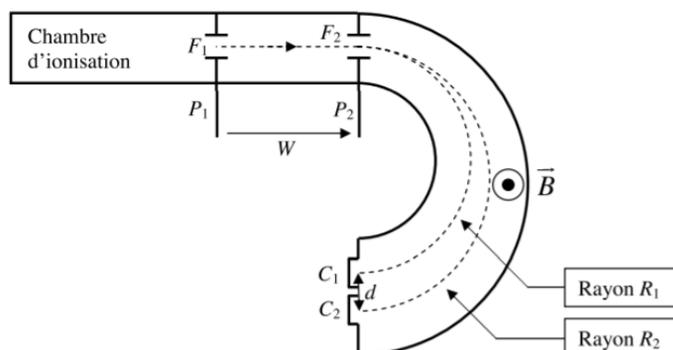


FIGURE 2 – Schéma de principe du spectrographe de masse.

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux D_1 et D_2 dénommés *dees* et séparés par un intervalle étroit (Figure 3). Un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B = 0,1 \text{ T}$) règne à l'intérieur des *dees*, sa direction est parallèle à l'axe des demi-cylindres.

Un champ électrostatique variable E peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les *dees* en appliquant une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ qui atteint sa valeur maximale $U_m = 10^5 \text{ V}$ lorsque le proton traverse cet espace.

Les protons, de masse $m_P = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge électrique $q_P = e$, sont injectés au centre du cyclotron avec une énergie cinétique négligeable. Dans chaque *dee*, ils décrivent des trajectoires demi-circulaires de rayon croissant. Le rayon de la trajectoire des protons à la sortie du cyclotron est $R_S = 50 \text{ cm}$.

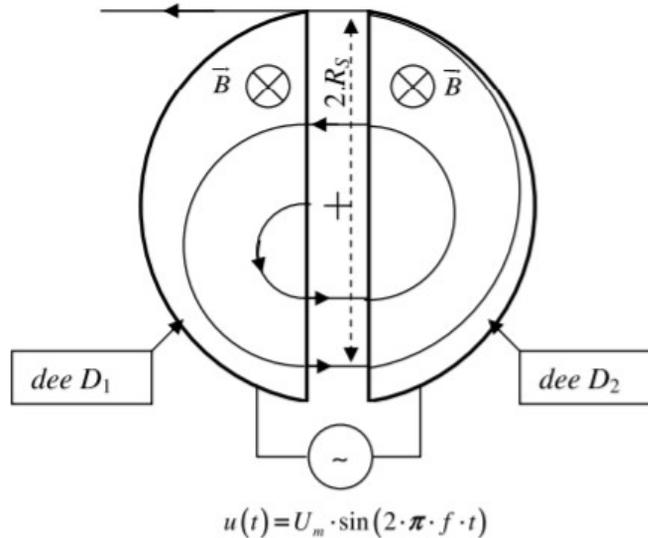


FIGURE 3 – Schéma de principe du cyclotron.

1. Donner l'expression littérale de la durée $T_{1/2}$ mise par un proton pour effectuer un demi-tour en fonction de m_P , e et B . Qu'en déduisez-vous ?
2. Justifier le choix d'une tension $u(t)$ alternative.
3. En déduire l'expression, puis la valeur de la fréquence f de la tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi ft)$ pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée. On négligera le temps de parcours d'un *dee* à l'autre.
4. Déterminer l'expression, puis la valeur de l'énergie cinétique E_{CS} des protons à la sortie du cyclotron.
5. Déterminer l'expression du nombre de tours N effectués par les protons dans le cyclotron jusqu'à leur sortie en fonction de e , R_s , B , m_P et U_m . Effectuer l'application numérique.
6. Puissance rayonnée : pour une particule non relativiste, toute particule chargée de charge q et d'accélération a rayonne une puissance P_r , donnée par la formule de Larmor :

$$P_r = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} a^2$$

On rappelle que c est la vitesse de la lumière dans le vide.

- (a) Montrer qu'une particule chargée de charge q , de vitesse v , qui décrit une trajectoire circulaire uniforme de rayon R , rayonne une puissance P_r de la forme : $P_r = \alpha v^4$. Exprimer le coefficient α en fonction de q , c , μ_0 et R .
- (b) Calculer l'énergie rayonnée par le proton dans le cyclotron lors de sa dernière trajectoire demi-circulaire de rayon $R_S = 50 \text{ cm}$.
- (c) Conclure.

3 Un pilote d'aérogliasseur qui aime les bosses

Un pilote d'aérogliasseur s'amuse à prendre une bosse. La masse de l'ensemble est de $m = 200 \text{ kg}$ et les hélices délivrent une puissance totale de $P = 2000 \text{ W}$. On suppose que l'aérogliasseur ne subit aucun frottements (du sol ou de l'air) et que la totalité de la puissance délivrée par les hélices lui sert à avancer. La première partie de son mouvement est horizontale, les phases suivantes correspondent à une montée puis une descente comme représenté sur la figure 3. On rappelle que $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

3.1 Phase d'accélération

1. Rappeler le lien entre travail et puissance.
2. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.
3. Combien de temps sera nécessaire pour que l'aérogliasseur atteigne une vitesse de $v_A = 20 \text{ m/s}$? Un résultat analytique en fonction des données du problème puis une application numérique sont attendus.

Le pilote coupe le moteur au début de la bosse en A (les hélices seront à l'arrêt à partir de ce point). La vitesse de l'aérogliasseur au début de la bosse en A est de v_A . Dans cette partie on étudie le mouvement de l'aérogliasseur sur la piste composée d'une portion rectiligne AB et inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC, de rayon $R = 2 \text{ m}$ et d'angle $\widehat{BOC} = \pi/2 + \alpha$ (cf figure 3). L'orientation positive des angles sera prise dans le sens horaire.

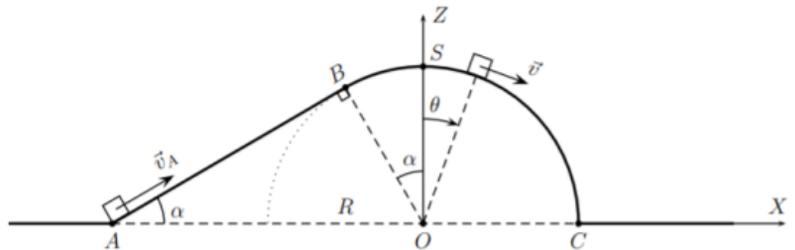


FIGURE 1 – Photo du pilote et de son aérogliasseur à gauche et schématisation de la piste parcourue par l'aérogliasseur à droite.

3.2 Portion rectiligne AB

4. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique.
5. En déduire l'expression littérale de la vitesse v_B au point B en supposant que ce point est bien atteint.
6. Afin que B soit effectivement atteint par l'aérogliasseur, il est nécessaire que $v_A > v_{A,l}$. Déterminer l'expression littérale puis numérique de v_A

Pour les questions suivantes, on suppose la condition précédente vérifiée.

3.3 Portion circulaire BC

7. Énoncer le principe fondamental de la dynamique.
8. En déduire l'expression en fonction de θ , $\dot{\theta}$ et des constantes m , g et R de la réaction normale \vec{R}_N du support lors de la phase du mouvement sur l'arc BC.
9. Déterminer la relation liant v , θ et v_B . On pourra utiliser une méthode énergétique.
10. En déduire \vec{R}_N en fonction des constantes, θ et v_A .
11. À quelle condition sur v_A (expression littérale puis numérique) n'y aura-t-il pas de décollage de M avant le sommet S?
12. La condition précédente étant vérifiée, déterminer l'expression θ_D de θ pour laquelle l'aérogliasseur quitte la piste.
13. Déterminer l'expression de la vitesse pour $\theta = \theta_D$.

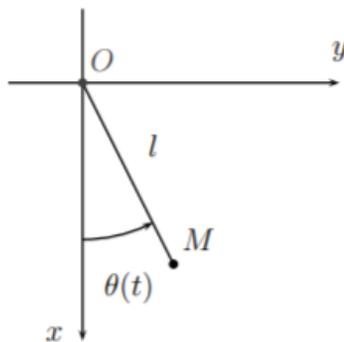
3.4 Atterrissage

On étudie maintenant le mouvement entre le moment où l'aérogliasseur a décollé et celui où il va toucher le sol. On se place dans le repère cartésien OXZ.

14. Écrire les conditions initiales en fonction de R , θ_D et v_D .
15. Déterminer l'abscisse de la position où l'aérogliasseur va entrer en collision avec le sol.

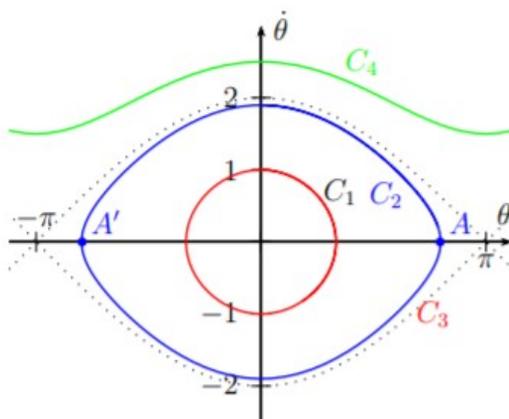
4 Un pendule qui tourne rond

On considère une bille (objet ponctuel) M de masse m accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = g \cdot \vec{e}_x$ (avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ et \vec{e}_x un vecteur unitaire de l'axe Ox). On considère que le référentiel terrestre est galiléen et on ne considère pas les mouvements en dehors du plan Oxy .



On repère M par l'angle orienté $\theta(t)$ entre la verticale et le fil : $\theta(t) = (\vec{e}_x, \vec{e}_r)$ avec \vec{e}_r colinéaire à \overrightarrow{OM} . On lâche la masse d'un angle θ_0 sans vitesse initiale. Dans cette partie, on néglige les frottements.

1. Définir une base adaptée au problème (figure obligatoire) et donner la position \overrightarrow{OM} .
2. Déterminer l'expression de l'accélération de M dans la base choisie.
3. (a) Établir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $\theta(t)$.
 (b) En supposant que les élongations angulaires sont faibles, montrer que l'équation du mouvement est approchée par celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0 dont on donnera l'expression en fonction de l et g .
 (c) En déduire $\theta(t)$.
4. Étude la tension du fil T :
 (a) Déterminer l'expression de T en fonction de $\theta, \dot{\theta}, m, g, l$ puis en fonction de θ, θ_0, m et g seulement.
 (b) Pour quel angle le fil risque-t-il le plus de casser?



5. À l'instant $t = 0$, le point matériel est lancé de M_0 ($\theta_0 = 0$) avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0$. On suppose que le fil reste tendu pour tout t . On pose $\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Le portrait de phase du pendule simple pour diverses valeurs de θ_0 est représenté ci-après.
 - (a) Démontrer que la bille du pendule est un système conservatif.
 - (b) Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m du pendule simple en fonction de θ et $\dot{\theta}$ en prenant une énergie potentielle de pesanteur $E_P(\theta)$ nulle au point M_0 . Donner aussi l'expression de E_m en fonction de $\dot{\theta}_0$ en justifiant vos réponses.
 - (c) Tracer l'allure de $E_P(\theta)$. Décrire les mouvements possibles du pendule à partir de M_0 suivant les valeurs de $\dot{\theta}_0$ en utilisant la courbe de $E_P(\theta)$. Pour quelles valeurs de $\dot{\theta}_0$ a-t-on un mouvement borné?
 - (d) Préciser le type de mouvement du pendule correspondant aux trajectoires de phase C_1, C_2 et C_4 . Que peut-on dire sur la valeur de $\dot{\theta}_0$ dans chacun des cas?