

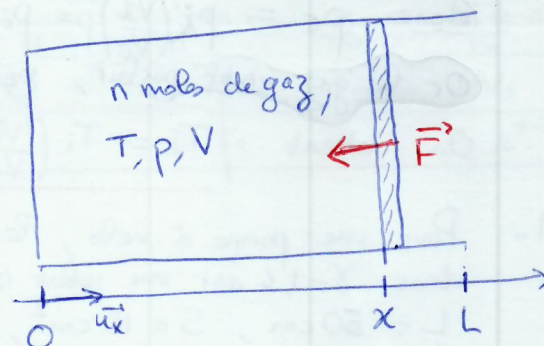
I.

DS n° 7

milieu extérieur
Text

1. Une paroi est diathermane si elle permet les transferts thermiques.

Un thermostat est un système qui conserve toujours la même température.



2. Tout système qui inclut le gaz peut être choisi pour étudier la transformation que subit le gaz. Si la capacité thermique à volume constant de l'enceinte et du piston sont faibles par rapport à celle du gaz, on aura

$$\Delta U_{\text{gaz+enceinte+piston}} \approx \Delta U_{\text{gaz}} = C_{V,\text{gaz}} \Delta T.$$

En prenant le système {gaz+enceinte+piston}, le milieu extérieur est uniquement le thermostat, c'est le système qui est préféré.

3. Si la force appliquée sur le piston est bien dirigée comme sur le schéma, l'opérateur fournit de l'énergie sous forme d'un travail mécanique au système. Inévitablement, $W > 0$.

Par le calcul, $\delta W = \vec{F} \cdot (dx \vec{u}_x) = -F dx$

En intégrant entre $x_i = L$ et $x_f = \frac{L}{2}$, $W = \int_L^{L/2} -F dx = -F \left(\frac{L}{2} - L \right) = \frac{FL}{2}$

↳ F et L positifs, on confirme que $W > 0$

4. $C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1}$. Pour un gaz parfait diatomique $\gamma = 1,4 = \frac{7}{5}$

5. $dU = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V dT + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T dV$. Si l'énergie interne ne dépend pas du volume à T constant, alors la loi de Joule est vérifiée: U est une fonction que d'une variable T .

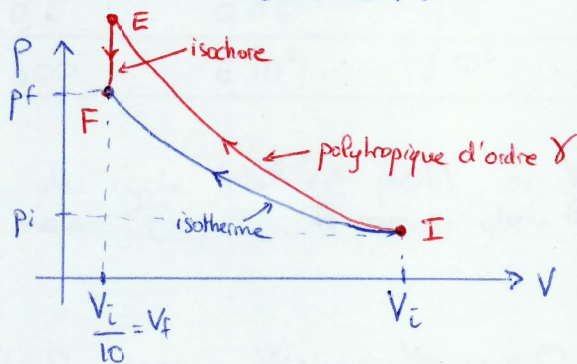
Appliqué à ce gaz parfait, $\Delta U = n C_{V,m} \Delta T$

6. D'après le principe de conservation d'énergie, $Q = \Delta U - W$.

La transformation $i \rightarrow f$ est isotherme, $\Delta U = 0$ d'après la loi de Joule.

↳ $Q = -W = -\frac{FL}{2}$ L'énergie mécanique fournie au système est entièrement transformée sous forme de chaleur.

8.



9. L'air sous la courbe rouge est plus grande en valeur absolue que l'air sous la courbe bleu (en valeur absolue). Comme l'air est l'opposé du travail, on a graphiquement le résultat suivant: $W_{\text{isotherme}} < W_{\text{polytropique+isochore}}$

10. Notons $I \rightarrow E$ la transformation polytropique.

On sait que $pV^\gamma = \text{cte}$ le long de cette transformation, soit $p_i V_i^\gamma = p_E V_E^\gamma$

Le gaz étant supposé parfait, $\begin{cases} p_i V_i = n R T_i \\ p_E V_E = n R T_E \end{cases}$ donc $\frac{n R T_i V_i^\gamma}{V_i} = \frac{n R T_E V_E^\gamma}{V_E}$

On obtient $\boxed{T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1}}$

11. Pour une pompe à vélo, le gaz injecté est de l'air, un gaz essentiellement diatomique, donc $\gamma = 1,4$ est une valeur raisonnable.

$L = 50 \text{ cm}$, $S = 10 \text{ cm}^2$, $p_i = 1 \text{ bar}$ (pression atmosphérique), $T_{\text{ext}} = 20^\circ \text{C}$ (température usuelle). (Les valeurs de L et S sont de cet ordre de grandeur).

D'après l'expression précédente, $T_f = 293 \times 10^{0,4} \approx \underline{7,5 \cdot 10^2 \text{ K}}$

↳ En réalité le transfert thermique n'est pas nul, la température du gaz ne monte pas si haut. La réalité est entre isotherme et adiabatique + isochore

II -

12.

1 → 2

- Transformation polytropique d'ordre γ , $pV^\gamma = \text{cte}$.
- $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$
- On note $r = \frac{V_1}{V_2}$
- Le gaz est parfait
- $p_1 V_1 = nRT_1$
- $p_2 V_2 = nRT_2$

	Etat 1	Etat 2	Etat 3	Etat 4
P	p_1	$p_1 r^\gamma$	$\frac{nRT_3 r}{V_1}$	$\frac{nRT_3}{V_1} r^{1-\gamma}$
V	V_1	V_1/r	V_1/r	V_1
T	T_1	$T_1 r^{\gamma-1}$	T_3	$T_3 r^{1-\gamma}$

2 → 3

- isochore, $V_2 = V_3$
- température $T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR}$ connue

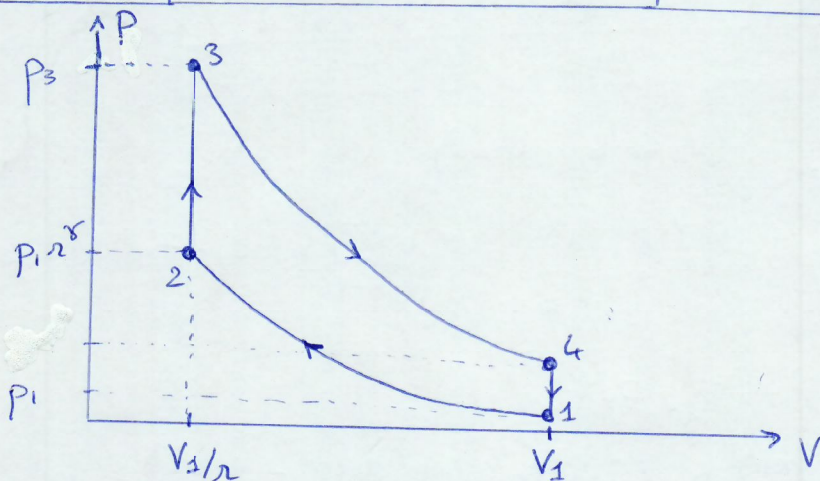
3 → 4

- polytropique, $p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma$

4 → 1

- isochore $V_4 = V_1$

13.



14. D'après l'énoncé, le volume est divisé par 10 entre 1 → 2. $r = \frac{V_1}{V_2} = 10$

De plus $V_1 - V_2 = 0,54 \text{ L}$

Donc $V_1 - V_2 = \frac{9}{10} V_1 = 0,54 \text{ L}$ soit $V_1 = 0,6 \text{ L}$, $V_2 = 0,06 \text{ L}$

et comme $p_1 = 1 \text{ bar}$ et $T_1 = 300 \text{ K}$, le gaz est parfait, $n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{10^5 \times 6 \cdot 10^{-4}}{8,314 \times 3 \cdot 10^2}$ soit $n \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

15.

	1	2	3	4
p (bar)	1	21	70	3
V (L)	0,6	0,06	0,06	0,6
T (K)	300	$6 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^3$	10^3

16. L'aire algébrique du cycle total est positif, or $W_{\text{tot}} = -\text{Aire du cycle} < 0$, le cycle est donc moteur (le parcours dans le sens horaire est une autre explication valable)

17. isochore $\Rightarrow W = 0$ donc $W_{2 \rightarrow 3} = W_{4 \rightarrow 1} = 0$

18. adiabatique $\Rightarrow Q = 0$ donc $Q_{1 \rightarrow 2} = Q_{3 \rightarrow 4} = 0$

19. $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$ pour un gaz parfait de coefficient $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ composé de n moles de gaz

20.
$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = C_v (T_2 - T_1) = \frac{nR T_1}{\gamma-1} (r^{\gamma-1} - 1)$$

$$\Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_v (T_3 - T_2) = \frac{nR}{\gamma-1} \times (T_3 - T_1 r^{\gamma-1})$$

$$\Delta U_{3 \rightarrow 4} = C_v (T_4 - T_3) = \frac{nR}{\gamma-1} T_3 (r^{1-\gamma} - 1)$$

$$\Delta U_{4 \rightarrow 1} = C_v (T_1 - T_4) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_3 r^{1-\gamma})$$

21.

	W	Q	ΔU
1 $\rightarrow$ 2	$\Delta U_{1 \rightarrow 2}$	0	$\Delta U_{1 \rightarrow 2}$
2 $\rightarrow$ 3	0	$\Delta U_{2 \rightarrow 3}$	$\Delta U_{2 \rightarrow 3}$
3 $\rightarrow$ 4	$\Delta U_{3 \rightarrow 4}$	0	$\Delta U_{3 \rightarrow 4}$
4 $\rightarrow$ 1	0	$\Delta U_{4 \rightarrow 1}$	$\Delta U_{4 \rightarrow 1}$

$\left. \begin{array}{l} \Delta U = Q + W \\ \text{conservation de} \\ \text{l'énergie} \end{array} \right\}$

22. $W_{\text{tot}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{3 \rightarrow 4}$ (d'après le tableau)

$$= \frac{nR T_1}{\gamma-1} \underbrace{(r^{\gamma-1} - 1)}_{\approx 1} + \frac{nR T_3}{\gamma-1} \underbrace{(r^{1-\gamma} - 1)}_{\approx -0,5} \approx \frac{nR T_1}{\gamma-1} \times (1 - 7 \times 0,5) \approx \frac{60}{0,33} \times -2,5 \approx -45 \cdot 10^2 \text{ J}$$

 $T_3 \approx 7 \times T_1$

23. $Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_1 r^{\gamma-1}) \approx \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \times 8,314}{0,33} \underbrace{(2 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^2)}_{= 1,4 \cdot 10^3} \approx 8,8 \cdot 10^2 \text{ J}$

24.
$$\eta = \frac{-\frac{nR}{\gamma-1} [T_1 (r^{\gamma-1} - 1) + T_3 (r^{1-\gamma} - 1)]}{\frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_1 r^{\gamma-1})} = \frac{-T_1 (r^{\gamma-1} - 1) + T_3 (r^{1-\gamma} - 1)}{T_3 - T_1 r^{\gamma-1}}$$

$\eta \approx 0,5 \rightarrow$ rendement de 50% (en réalité les moteurs thermiques sont souvent en dessous de ce rendement)

25. $P_{\text{cyl}} = \frac{3000 \times W}{60}$) nombre de fois qu'il effectue le cycle
) temps par les effectuer en secondes

pour 4 cylindres, la puissance développée est 4 fois plus grande que par un cylindre.

$$P_{4 \text{ cylindres}} = \frac{4 \times 3000 \times W}{60} = 200 \times W = -9 \cdot 10^4 \text{ W} \quad (-90 \text{ kW})$$

26.