Devoir en temps limité (2 heures)

Sujet : Thermodynamique

Lycée Benjamin Franklin (à distance), 15 Mai 2020

— La calculatrice ou le cours sous les yeux n'est pas forcément une bonne idée, c'est une potentielle perte de temps et vous n'aurez pas ces conditions au concours, ne perdez pas l'habitude de vous en passer.

— Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre que vous voulez.

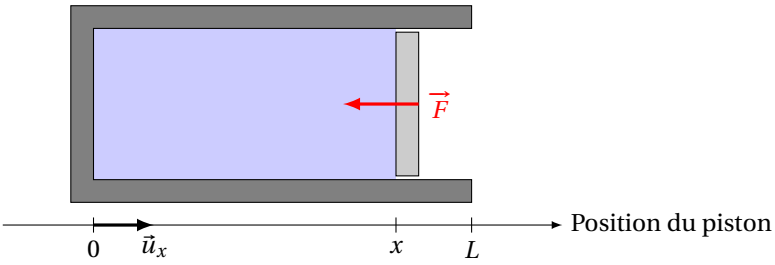
— Assurez vous de scanner en format pdf unique votre travail dans l'ordre. Vous devrez rendre vos contrôles sur cahier de prépa, comme vous l'avez fait pour le DM.

— Le soin apporté à la rédaction sera valorisé par des bonus :

- **schémas** clairs
- **systèmes** clairement définis
- **résultats sous forme littérale et encadrés**
- applications numériques **soulignées**
- hypothèses clairement explicités
- démonstrations logiques qui ont un sens (pas de "on suppose que le résultat est vrai => ... => le résultat est vrai")

1 Un cas d'école

On considère une enceinte de longueur L contenant de n moles de gaz. Les parois de l'enceinte sont diathermanes et l'une des extrémité est un piston repéré par sa position x, de surface S, libre de se déplacer suivant l'axe représenté sur le schéma ($x \in [0, L]$).



La transformation est la suivante : le piston se déplace d'une position $x_i = L$ vers une position $x_f = L/10$ sous l'action d'une force $\vec{F} = -F\vec{u}_x$ avec $F > 0$ constante en norme et en direction. On suppose l'évolution lente : a chaque instant, la température du système est égale à celle du milieu extérieur T_{ext} considéré comme un thermostat. A tout instant, le volume occupé par le gaz est $V = Sx$.

Les variables et fonction d'état initiales (respectivement finales) seront indicées i (respectivement f). Le but de l'exercice sera de trouver l'expression du transfert thermique du gaz vers le milieu extérieur.

1. Définir les mots diathermane et thermostat. Quel est le type de la transformation ?
2. On suppose que les capacités thermiques à volume constant de l'enceinte et du piston sont faibles devant celle du gaz. Quel système thermodynamique peut-on choisir (plusieurs réponses possibles) ?
3. Quel sera le signe du travail reçu par le système noté W ? Exprimer W en faisant apparaître la norme $F = \|\vec{F}\|$ de la force et vérifiez le résultat intuitif précédent.
   (-1 point pour l'écriture "vecteur = scalaire")
4. Comment s'exprime la capacité thermique molaire à volume constant $C_{V,m}$ d'un gaz parfait en fonction de R et de $\gamma = C_p/C_v$ (rapport des capacités thermiques à pression et volume constant) ? Donner la valeur de γ dans le cas d'un gaz parfait diatomique.
5. Quelle(s) condition(s) doit vérifier un gaz pour pouvoir lui appliquer la loi de Joule ? Appliquer cette loi sur le gaz en faisant apparaître la capacité thermique **molaire** à volume constant $C_{V,m}$ et la variation de température $\Delta T = T_f - T_i$. Que vaut ΔU dans le cas de cette transformation ?
6. Exprimer le transfert thermique Q reçu par le système au cours de cette transformation en fonction de L et F. Interprétez les résultats.

La transformation est supposée lente. Si la compression est effectuée brutalement entre la position $x_i = L$ et $x_f = L/10$ du piston, la compression suit d'abord une loi polytropique d'ordre γ puis un refroidissement isochore (le transfert thermique n'a pas le temps de s'effectuer au cours de la compression mais seulement après). Le gaz est supposé parfait.

7. Représenter l'ensemble des transformations de cet exercice dans un diagramme de Watt
8. A l'aide du diagramme, expliquer en quoi l'énergie mécanique à fournir au système est plus importante dans le cas d'une compression brutale que dans le cas d'une évolution lente.
9. Exprimer la température atteinte à la fin de la transformation polytropique d'ordre γ en fonction d'un minimum de variables.
10. Le système étudié ressemble fortement à une pompe à vélo ! Proposer dans ce cas des valeurs raisonnables pour $\gamma, L, S, p_i, T_{ext}$ et calculez T_f. On donne $10^{0.4} \simeq 2,5$.

2 Cycle de Beau de Rochas

On se propose d'étudier une partie du cycle thermodynamique de Beau de Rochas qui est un modèle permettant d'étudier les moteurs à essence. Le système étudié physiquement est le mélange {air+essence} contenu dans un piston. Nous supposerons que ce mélange se comporte comme n moles de gaz parfait, de température et pression initiale, $T_1 = 300$ K et $p_1 = 1$ bar. Le coefficient γ, rapport entre la capacités thermique à pression et à volume constant du mélange, est égal à 1,33. On posera $r = V_1/V_2$.

Les quatre transformations, formant un cycle, se déroulent comme suit :

$1 \to 2$ Le gaz subit une compression polytropique d'ordre γ. Le volume V_1 est divisé par 10 au cours de cette transformation (concrètement, cette étape représente la compression du mélange par le piston).

$2 \to 3$ Le gaz subit un échauffement isochore. La température du mélange monte à $T_3 = 2,0.10^3$ K (concrètement, une étincelle provoque l'explosion du mélange dans un volume minimal).

$3 \to 4$ Le gaz subit une détente polytropique d'ordre γ (concrètement, cette étape représente le temps moteur, le gaz chaud repoussant le piston).

$4 \to 1$ Le gaz subit un refroidissement isochore (concrètement, la soupape d'échappement ramène les gaz à pression atmosphérique).

11. Reporter dans un tableau l'expression des variables d'états T_i, p_i, V_i pour chaque étape $i = \{1,2,3,4\}$ en fonction des seules variables $r, T_1, p_1, V_1, \gamma, n, T_3$.
12. Représenter de manière schématique les 4 transformations sur un diagramme de Watt (-1 point si les axes ne sont pas légendés).
13. Le volume $V_1 - V_2$ correspond à la cylindrée unitaire, elle vaut dans notre cas 0,54 L. En déduire la valeur de V_1, V_2 et n.
14. Utilisez les résultats précédents pour déterminer pour chaque étape les valeurs de T_i, p_i, V_i. Pour les calculs, un chiffre significatif suffit et à titre d'indication :
$10^{0,33} = 2,14$; $10^{1,33} = 21,4$; $0,1^{1,33} = 0,0468$; $R = 8,314 \text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Étudions les transferts thermiques et mécaniques reçus par le gaz au cours de ces transformations.

15. Comment justifier de manière simple que le cycle est moteur ?
16. Les transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ étant isochores, que vérifie les transferts d'énergie reçus par le système $W_{2\to3}$ et $W_{4\to1}$ sous la forme du travail des forces de pressions ?
17. Les transformations $1 \to 2$ et $3 \to 4$ étant adiabatiques, que vérifient les transferts thermiques reçus par le système $Q_{1\to2}$ et $Q_{3\to4}$?
18. Comment s'exprime la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait en fonction de n, R et γ ?
19. Utiliser la loi de Joule pour exprimer la variation d'énergie interne (notée $\Delta_{1\to2}U$, $\Delta_{2\to3}U$, etc.) de chaque transformation en fonction des seules variables $r, T_1, p_1, V_1, \gamma, n, T_3$.
20. Reporter dans un tableau l'expression des grandeurs W, Q et ΔU pour chaque transformation en fonction des seules variables $r, T_1, p_1, V_1, \gamma, n, T_3$.
21. Calculer le travail total reçu au cours du cycle. Commentez le signe.
22. Calculer le transfert thermique reçu au cours de l'étape $2 \to 3$.
23. Le rendement noté η du moteur thermique vérifie :

$$\eta = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur qui coûte}} = \frac{-W}{Q_{2\to3}}$$

Après avoir donné une expression en fonction des seules variables $r, T_1, p_1, V_1, \gamma, n, T_3$, calculer ce rendement.

24. Le moteur est constitué de 4 cylindres comme celui étudié et tourne à 3000 tours/min. Calculer la puissance développée par le moteur.
25. (Bonus) Quel est l'impact d'une augmentation de la cylindré sur le rendement et sur la puissance développée par le moteur ? On pourra étudier les expressions littérales du rendement et de la puissance.