

Devoir Surveillé N°1 de Physique-Chimie

Vendredi 25 septembre - Durée 2 heures

CORRIGÉ

Exercice 1 : Champ magnétique et analyse dimensionnelle

1. On a les résultats de cours suivants :

Dimensions	Unités associées
Longueur L	Mètre (m)
Masse M	Kilogramme (kg)
Temps T	Seconde (s)
Intensité électrique I	Ampère (A)
Quantité de matière N	mole (mol)
Température Θ	Degré Kelvin (K)
Intensité lumineuse J	Candela (Cd)

2. De la relation donnant l'expression du courant électrique I , on en déduit : $q = I \cdot T$
 Cette même relation conduit à l'équation aux dimensions suivante :

$$[q] = [I] \cdot [T]$$

Autrement dit :

$$\boxed{[q] = I \cdot T}$$

L'utilisation des unités du système international permet d'affirmer que :

$$\boxed{1C = 1A \cdot s}$$

3. Utilisons la loi de Laplace et écrivons l'équation aux dimensions associée, on obtient :

$$[F_L] = [q] \cdot [V] \cdot [B]$$

Ainsi les dimensions recherchées du champ magnétique doivent vérifier la relation :

$$[B] = \frac{[F_L]}{[q] \cdot [V]}$$

On exprime ensuite les dimensions de chacune des grandeurs dont dépend le champ magnétique, ce qui donne :

$$[F_L] = M \cdot L \cdot T^{-2} \quad [q] = I \cdot T \quad [V] = L \cdot T^{-1}$$

Finalement :

$$[B] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{I \cdot T \cdot L \cdot T^{-1}} = M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}$$

Ainsi, le *Tesla* s'exprime dans le système international d'unités :

$$1 \text{ T} = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$$

4. Compte tenu des grandeurs dont dépend le champ magnétique B mesuré, on peut écrire :

$$B = k \cdot r^\alpha \cdot I^\beta \cdot \mu_0^\gamma$$

On utilise ensuite les dimensions de ces différentes grandeurs dont celles de μ_0 données dans l'énoncé, il vient :

$$[B] = [r]^\alpha \cdot [I]^\beta \cdot [\mu_0]^\gamma$$

Puis :

$$M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1} = (L)^\alpha \cdot (I)^\beta \cdot (M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot I^{-2})^\gamma$$

Ou encore :

$$M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1} = L^{\alpha+\gamma} \cdot I^{\beta-2\gamma} \cdot M^\gamma \cdot T^{-2\gamma}$$

On aboutit alors au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 1 = \gamma \\ -2 = -2\gamma \\ -1 = \beta - 2\gamma \\ 0 = \alpha + \gamma \end{cases}$$

La résolution de ce système conduit à :

$$\alpha = -1 \quad \beta = 1 \quad \gamma = 1$$

Finalement la relation recherchée s'écrit :

$$B = k \frac{\mu_0 I}{r}$$

l'utilisation de la constante k donne ensuite :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

5. On a la relation suivante :

$$\frac{u(B)}{B} = \sqrt{\left(\frac{u(r)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2}$$

Ainsi, l'expression de l'incertitude-type relative de B s'écrit :

$$u(B) = B \sqrt{\left(\frac{u(r)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2}$$

6. Le calcul de la valeur du champ magnétique conduit à :

$$B = 1,35 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 1,35 \mu\text{T}$$

L'application numérique pour l'incertitude-type sur B donne :

$$u(B) = 0,04 \mu\text{T}$$

On a finalement une mesure de champ magnétique B qui s'écrit :

$$\underline{B = 1,35 \pm 0,04 \mu\text{T} \text{ avec un intervalle de confiance de } 68\%}$$

$$\underline{B = 1,35 \pm 0,08 \mu\text{T} \text{ avec un intervalle de confiance de } 95\%}$$

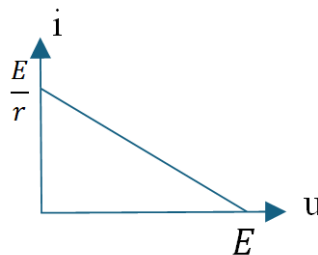
Exercice 2 : C'est le pompon, tous ces ponts !

1 Généralités

1. C'est un résultat classique de cours ! On obtient : $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{tot}$.
2. a. On écrit la loi tension-courant pour un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r (générateur de Thévenin), ce qui donne :

$$u = E - ri \quad \text{soit} \quad i = \frac{E}{r} - \frac{1}{r} \cdot u$$

La représentation graphique de la caractéristique statique $i = f(u)$ donne alors (également un résultat de cours) :



- b. Un voltmètre idéal branché à ses bornes possède une résistance d'entrée infinie (interrupteur ouvert), d'où $i = 0$, la tension à ses bornes est donc $u = E$.
- c. Un ampèremètre idéal branché à ses bornes a une résistance d'entrée nulle (interrupteur fermé), d'où $u = 0$. L'intensité indiquée est donc $i = \frac{E}{r}$.
- d. La caractéristique devient $u = -ri$ en convention générateur. Un ohmmètre branché à ses bornes indique r .
3. a. Si l'on branche un voltmètre aux bornes de A et B , celui-ci étant idéal, aucun courant ne circule dans ce dernier, ce qui signifie que les résistances R_3 et R_4 ne sont parcourues par aucun courant. Il faut alors déterminer la tension aux bornes de la résistance R_2 .
- b. Cette tension E_{Th} s'obtient en considérant le pont diviseur de tension entre R_1 et R_2 soit :

$$E_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

- c. Pour obtenir R_{Th} , il faut simplement remplacer la force électromotrice E par un fil.
d. Ceci étant fait, on peut alors déterminer la résistance R_{Th} , ce qui donne :

$$R_{Th} = R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

2 Étude d'un pont de Wheastone

4. On respectera bien la convention récepteur pour les résistances R_2 et R_4 , la courant se déplaçant de la gauche vers la droite, ces flèches doivent en conséquence être orientées de la droite vers la gauche.
5. Le voltmètre étant considéré parfait, aucun courant ne le traverse. Les résistances R_1 et R_2 sont donc parcourues par le même courant. Il en est de même pour les résistances R_3 et R_4 . On a donc affaire ici à deux ponts diviseurs de tension, ce qui donne :

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

6. Et pour u_4 : $u_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} E$

7. Écrivons une loi des mailles avec u_{AB} , u_2 et u_4 , il vient : $u_{AB} - u_2 + u_4 = 0$.

La tension u_{AB} s'écrit alors : $u_{AB} = u_2 - u_4 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E - \frac{R_4}{R_3 + R_4} E$, ou encore :

$$u_{AB} = \frac{R_2(R_3 + R_4) - R_4(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E \quad \text{puis} \quad u_{AB} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E$$

8. Pour annuler l'expression précédente, le dénominateur étant toujours positif, l'annulation du numérateur conduit à :

$$R_2 R_3 = R_1 R_4$$

9. L'utilisation de l'expression précédente conduit à $R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$ puis avec $R_1 = R_0 \left(1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right)$:

$$R_0 \left(1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right) = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad \text{et} \quad R_0 = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad \text{puisque } \theta = 0$$

L'application numérique donne : $R_0 = 25 \, \Omega$ ($R_2 = R_3 = R_4 = 25 \, \Omega$)

10. Reprenons l'expression générale de u_{AB} avec $R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ et $R_1 = R_0 \left(1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right)$, il vient :

$$u_{AB} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E = \frac{R_0^2 - R_0^2 \left(1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right)}{\left(R_0 \left(1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right) + R_0\right) 2R_0} E$$

$$\text{soit } u_{AB} = -\frac{\frac{\theta}{\theta_0}}{2 \left(2 + \frac{\theta}{\theta_0}\right)} E = -\frac{\frac{\theta}{4\theta_0}}{\left(1 + \frac{\theta}{4\theta_0}\right)} E \simeq -\frac{\theta}{4\theta_0} E = u_{AB} \quad \text{sachant que } 1 + \frac{\theta}{4\theta_0} \simeq 1$$

On remarque que la tension u_{AB} est bien proportionnelle à la température θ .

11. L'application numérique donne : $\underline{u_{AB} = -0,090 \text{ V} = -90 \text{ mV}}$

12. La tension E_{Th} correspond à la tension u_{AB} soit : $\boxed{E_{Th} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E}$ (voir question 7)

13. Pour déterminer la résistance R_{Th} , on remplace encore une fois le générateur par un fil. On constate alors que :

$$\begin{aligned} \rightarrow R_1 \text{ et } R_2 \text{ sont branchées en dérivation soit } R_{12} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \\ \rightarrow R_3 \text{ et } R_4 \text{ sont branchées en dérivation soit } R_{34} &= \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}. \end{aligned}$$

Par la suite R_{12} et R_{34} sont branchées en série soit :

$$\boxed{R_{Th} = R_{12} + R_{34} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}$$

14. Lorsque l'on branche le voltmètre de résistance R_v aux bornes de A et B celui-ci est en série avec E_{Th} et R_{Th} , on a alors un pont diviseur de tension, ce qui donne :

$$\boxed{u_{AB} = \frac{R_v}{R_v + R_{Th}} E_{Th}}$$