P1 — Correction TD Mesures et incertitudes — 

## Exercice 1

1- $\mu_0 = \dfrac{4\pi F d}{i_1 i_2 L} \Rightarrow \dim(\mu_0) = \dfrac{\Pi . L . T^{-2} \times L}{I^2 \times L} = \Pi . L . T^{-2} . I^{-2}$

2- $\varepsilon_0 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi F r^2} \Rightarrow \dim(\varepsilon_0) = \dfrac{Q^2}{\Pi . L . T^{-2} \times L^2} = \dfrac{I^2 T^2}{\Pi . L^3 . T^{-2}}$

$= \Pi^{-1} . L^{-3} T^4 . I^2$

3- $c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \dim(c^2) = \dfrac{1}{\dim(\varepsilon_0) \times \dim(\mu_0)}$

$\dim(c^2) = \Pi^{-1} L^3 T^{-4} I^2 \times \Pi^1 L^{-1} T^2 I^{-2} = L^2 . T^{-2} = (L . T^{-1})^2$

$\Rightarrow$ $c$ a la dimension d'une vitesse ; $c$ représente la vitesse de la lumière dans le vide

## Exercice 2

1- On raisonne par analyse dimensionnelle :

$\lambda_c = k h^\alpha m^\beta c^\gamma$ où $k$ est une constante sans unité.

En passant aux unités, on a :

$m = (J . s)^\alpha kg^\beta (m . s^{-1})^\gamma$ avec $J = kg . m^2 . s^{-2}$, d'où

$m = kg^{\alpha+\beta} \; s^{-2\alpha-\gamma} \; m^{2\alpha+\gamma}$

Par identification : $\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -\alpha - \gamma = 0 \\ 2\alpha + \gamma = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \gamma = -\alpha = -1 \\ \beta = -\alpha = -1 \end{cases}$

D'où $\lambda_c = \dfrac{h}{mc}$

2- $\lambda_c = \dfrac{6{,}63 . 10^{-34}}{9{,}1 . 10^{-31} \times 3{,}0 . 10^8} = 2{,}4 . 10^{-12} m = 2{,}4 \; pm$

3- $\Delta\lambda$ est proportionnel à $\lambda_c$. On peut supposer que le coefficient de proportionnalité est proche de 1, d'où $\Delta\lambda \simeq 10^{-12}$ m. Pour mettre en évidence l'effet Compton, il faut que $\lambda_{photon}$ ne soit pas trop éloigné de $\Delta\lambda$ :

$\Delta\lambda \simeq 10^{-12} - 10^{-11}$ m $\Rightarrow$ rayons X à utiliser.

## Exercice 3

1- D'après le théorème de vergences : ($C<0$ : lentille divergente)

$C = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = C - C_1 \Rightarrow \boxed{C_2 = -15\ \delta}$

On a une incertitude-type composée de type différence, d'où $u(C_2) = \sqrt{u(C)^2 + (-1)^2 u(C_1)^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 2^2}$

$\boxed{u(C_2) = 2\ \delta}$ $\quad C_2 = (-15 \pm 2)\ \delta$ (à 68 %)

2- $C_2 = \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow f'_2 = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{-15}$ $\quad \boxed{f'_2 = -6{,}7 \text{ cm}}$

On a une incertitude-type composée de type quotient, d'où $\frac{u(f'_2)}{f'_2} = \sqrt{(-1)^2 \frac{u(C_2)^2}{C_2^2}} = \frac{u(C_2)}{C_2}$

$u(f'_2) = f'_2 \times \frac{u(C_2)}{C_2} = -6{,}7 \times \frac{2}{-15}$.

$\boxed{u(f'_2) = 0{,}9 \text{ cm}}$ $\quad f'_2 = (-6{,}7 \pm 0{,}9)$ cm (68%)

## Exercice 4

1- Après avoir rentré les valeurs dans la calculatrice :

$\bar{m} = 100{,}9$ g $\quad$ Ecart-type $= \sigma_x = 4{,}9$

d'où $u(m) = \frac{4,9}{\sqrt{10}} = 1,6\ g \simeq 2g$ avec un seul ch

et $U(m) = k\,u(m) = 3,5\,g \simeq 4g.$

d'où $m = (101 \pm 2)\,g$ (niveau de confiance de 68%)

$m = (101 \pm 4)\,g$ (niveau de confiance de 95%)

2- Les traits délimitant la tâche centrale correspondent aux graduations 1,3 et 6,6 cm. La mesure n'est pas très précise, on estime la précision à 2 mm (1mm d'incertitude possible de chaque côté). D'où

$d = 5,3$ cm

$u(d) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,2}{\sqrt{3}} = 0,12\ cm \simeq 0,2\ cm$ ; $U(d) = 2u(d)$

$d = (5,3 \pm 0,2)$ cm à 68%

$d = (5,3 \pm 0,3)$ cm à 95%

## Exercice 5

1- $\left[\frac{m}{k}\right] = \frac{kg}{N.m^{-1}} = \frac{kg}{kg.m.s^{-2}.m^{-1}} = s^2$

d'où $\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = s \Rightarrow$ la bonne expression est $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

2- a- $T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$

$k = \frac{4\pi^2 \times 0,150}{4,2^2} \Rightarrow k = 0,34\ N.m^{-1}$

b- Par propagation des incertitudes :

$\frac{u(k)}{k} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + (-2)^2\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2}$

$u(k) = k\sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2}$

$$u(k) = 0{,}34\sqrt{(0{,}05)^2 + 4\times\left(\frac{0{,}3}{4{,}2}\right)^2}$$

$$\boxed{u(k) = 0{,}06\ N.m^{-1}} \qquad \boxed{k = (0{,}34 \pm 0{,}06)\ N.m^{-1}\ (68\%)}$$

## Exercice 6

1. $U = RI \iff R = \frac{U}{I}$

$$R = \frac{6{,}023}{2{,}765.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{R = 2178\ \Omega}$$

2. Pour la tension : $\Delta_U = \frac{1}{100} \times 6{,}023 + 10 \times 0{,}001 = 0{,}0702\ V$

$$\boxed{u(U) = \frac{\Delta_u}{\sqrt{3}} = 0{,}05\ V} \qquad (\Delta_u = \text{précision sur } U)$$

Pour l'intensité : $\Delta_I = \frac{2}{100} \times 2{,}765^- + 5 \times 0{,}001 = 0{,}0603\ mA$

$$\boxed{u(I) = \frac{\Delta_I}{\sqrt{3}} = 0{,}04\ mA}$$

Par propagation des incertitudes :

$$\frac{u(R)}{R} = \sqrt{\left(\frac{u(U)}{U}\right)^2 + (-1)^2\left(\frac{u(I)}{I}\right)^2} = 0{,}023 \Rightarrow u(R) = 6.10^1\ \Omega$$

3. $\Delta_R = \frac{2}{100} \times 2198 + 10 \times 1 = 6.10^1\ \Omega$

$$\Rightarrow \boxed{u(R) = \frac{\Delta_R}{\sqrt{3}} = 4.10^1\ \Omega}$$

4. Par la mesure de $U$ et $I$ : $2{,}12\ k\Omega \leq R \leq 2{,}24\ k\Omega$ (68%)

Par la mesure directe de $R$ : $2{,}16\ k\Omega \leq R \leq 2{,}24\ k\Omega$ (68%)

Les intervalles se recouvrent : les mesures sont compatibles.

On peut le vérifier en mesurant le Z-score :

$$Z = \frac{|R_1 - R_2|}{\sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2}} = \frac{|2178 - 2198|}{\sqrt{(4.10^1)^2 + (6.10^1)^2}}$$

$$\boxed{Z = 0{,}3 < 2}$$