Correction DM n°2

L'appareil photo numérique

Q1. On pourra déjà vérifier que les valeurs numériques des nombres d'ouverture sont bien obtenues en les multipliant successivement par $\sqrt{2}$ (en faisant fi des CS…).

N	1	1.4	2	2.8	4	5.6	8	11	16	22	32

Pour répondre à la question, il faut revenir à la définition du nombre d'ouverture N, à savoir :

$$N = \frac{f'}{D}$$

Considérons deux valeurs successives N_1 et N_2 avec : $N_2 = \sqrt{2}\, N_1$
On aura alors :

$$\frac{f'}{D_2} = \sqrt{2}\frac{f'}{D_1} \quad \text{soit} \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Avec D_1 et D_2 les diamètres d'ouvertures du diaphragme associés à N_1 et N_2.

Exprimons maintenant les surfaces associées à ces diamètres. Il est utile en effet de considérer la surface du diaphragme dans la mesure où la quantité de lumière entrant dans l'appareil sera directement proportionnelle à cette surface. On a alors :

$$S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}$$

On vérifie alors :

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{1}{2}S_1$$

Conclusion : lorsque l'on augmente d'un « cran » le nombre d'ouverture (passage de N_1 à N_2), la surface utile du diaphragme est divisée par 2. En conséquence, si l'on veut obtenir une image avec une même luminosité, la surface ayant été divisée par 2, il faudra multiplier par 2 la quantité de lumière entrant dans l'appareil. Cela ne sera possible qu'en multipliant par 2 la durée d'exposition τ .

Q2. Compte tenu de ce qui vient d'être dit, si N augmente alors la durée d'exposition τ doit augmenter.

Q3 : Plus la durée d'exposition est grande et plus l'image laissera percevoir le mouvement des objets, ainsi on a les correspondances suivantes :

Photo 1 : τ_1=1/100 s Photo 2 : τ_2=1/10 s Photo 3 : τ_3=1 s



Q4. Le problème des photographies de nuit est la très faible luminosité du milieu à photographier. Cela impose au photographe de travailler avec des durées d'ouverture suffisamment élevées (ou/et une sensibilité ISO élevée). Si ce même photographe désire prendre un objet en mouvement, l'image obtenue rendra ainsi compte de ce mouvement et l'image sera donc floue. Si l'image à photographier et un paysage, le photographe devra utiliser un pied de manière avec éviter tout mouvement de tremblement qui de la même manière rendrait l'image floue.

Q5. Le choix d'une distance focale f' va jouer sur le champ angulaire. Plus cette distance focale augmente et plus le champ angulaire diminue, ce qui revient à « zoomer ».

f'=18 mm   f'=300 mm

f'=50 mm   f'=100 mm

Q6. On utilise l'expression du champ angulaire présentée page 6 dans le document sur l'appareil photo numérique. Puisque l'on considère la direction diagonale du capteur, la distance d à considérer sera égale à :

$$d = \sqrt{24^2 + 36^2} = 43\,\text{mm}$$

On a ensuite :

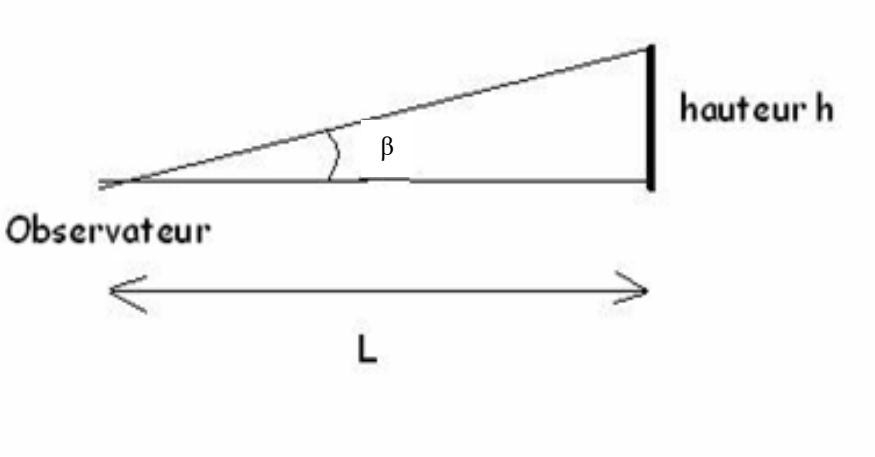
$$\frac{\alpha}{2} = \arctan\left(\frac{d}{2f'}\right) \quad \text{et} \quad \alpha = 2\arctan\left(\frac{d}{2f'}\right)$$

On obtient les valeurs numériques suivantes :

- pour $f' = 70\,\text{mm}$ $\alpha = 34°$
- pour $f' = 50\,\text{mm}$ $\alpha = 47°$
- pour $f' = 25\,\text{mm}$ $\alpha = 82°$

Pour prendre en photo correctement la tour Eiffel, il faut que son diamètre apparent β considérer à 200 m de l'objectif de l'appareil photo soit inférieur à l'angle α calculé précédemment.

On vérifie pour le diamètre apparent β :



$$\tan\beta = \frac{h}{L} \quad \text{et} \quad \beta = \arctan\left(\frac{h}{L}\right) = \arctan\left(\frac{324}{200}\right) = 78°$$

Conclusion : l'objectif de distance focale f' = 25 mm convient.

Q7. Cette question met évidence la notion de **profondeur de champ**. On sait que la profondeur de champ est associée à la netteté de la photographie selon les différents plans d'observation (proches ou lointains) de l'objet.

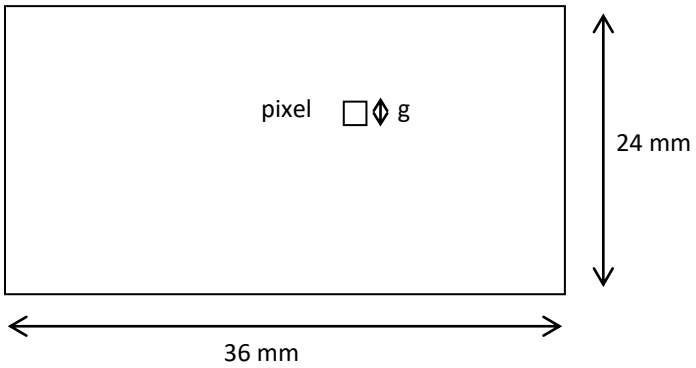


Sur la photographie de gauche, seul le premier plan est relativement net avec la fleur la plus en haut de l'image globalement nette. Sur la photographie de droite, les quatre fleurs apparaissent nettes, et on distingue des herbes hautes en arrière plan. Autrement dit, la photographie de droite présente une profondeur de champ plus importante que la photographie de gauche.

Or, on sait qu'une grande profondeur de champ est associée à un diaphragme fermé, autrement dit à un nombre d'ouverture N élevé.

Conclusion :
- La photographie de droite est associée à N = 32.
- La photographie de droite est associée à N = 5.

Q8. On a schématiquement la situation suivante :

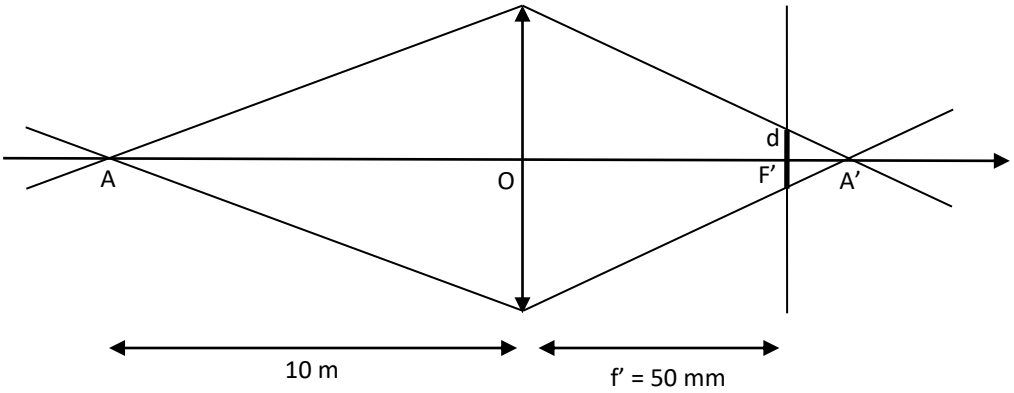


Soit S la surface du capteur et s celle du pixel avec $s = g^2$ (pixel carré). Si N est le nombre de pixels disposés sur le capteur, on a la relation :

$$N = \frac{S}{s} = \frac{S}{g^2} \quad \text{ainsi} \quad g = \sqrt{\frac{S}{N}}$$

L'application numérique donne : $g = 6{,}5\ \mu m$

Q9. La situation est résumée sur le schéma de principe suivant (qui ne respecte pas les dimensions du problème). Dans la mesure où la personne photographie la tour Eiffel depuis le Sacré Cœur, on peut considérer que l'objet (la tour Eiffel donc) est situé à l'infini. Le réglage de la position de l'objectif vis-à-vis du capteur sera tel que la distance qui les sépare est égale à la distance focale f' de l'objectif.



On considère maintenant un point objet A situé à 10 m de l'objectif (le touriste). Compte tenu du réglage précédemment mentionné, l'image A' de A se formera après le foyer image F'. L'image de ce touriste sera considérée comme nette si les dimensions d de la tache formée sur le capteur est inférieur à celle g du pixel déterminée dans la question précédente. L'image sera floue dans le cas contraire.

On commence par déterminer la position de l'image A' en utilisant la relation de conjugaison ce qui permet d'aboutir à :

$$\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + f'}$$

L'application numérique donne :

$$\underline{\overline{OA'} = 50{,}3\ mm}$$

On utilise ensuite le théorème de Thalès à travers la géométrie du problème. En raisonnant en valeur absolue (et non plus algébrique) on obtient :

$$\frac{OA'}{D}=\frac{F'A'}{d}$$ avec D le diamètre de l'objectif (de la lentille)

Ainsi :

$$d=F'A'\cdot\frac{D}{OA'} \quad \text{et} \quad F'A'=OA'-f'$$

Avec $D=\frac{f'}{22}$ on a finalement :

$$d=\frac{(OA'-f')f'}{22OA'}$$

L'application numérique donne :

$$\underline{d=1{,}36\cdot10^{-5}\ m=13{,}6\ \mu m}$$

Conclusion : le diamètre de la tache d est supérieur à celui du capteur g. Le touriste apparaitra donc flou !

Q10.

	Distance focale f'	**Nombre d'ouverture N**	**Durée d'exposition** τ
Profondeur de Champ (grandeur à corréler avec la netteté)	Si la distance focale diminue alors la profondeur de champ augmente	Si N augmente alors l'ouverture D diminue ce qui a pour conséquence d'augmenter la profondeur de champ donc la netteté	La durée d'exposition n'influe pas sur la profondeur de champ mais peut au pire saturer le capteur
Luminosité	La distance focale n'influe pas sur la luminosité	La luminosité diminue si le nombre d'ouverture augmente	Augmente si la durée d'exposition augmente
Grandissement de l'image	Augmente si la distance focale augmente (zoom)	N'influe pas	N'influe pas

Décomposition d'une espèce

1. On commence par établir le tableau d'avancement de la réaction :

Etat	$COBr_{2(g)}$	⇄	$CO_{(g)}$	+	$Br_{2(g)}$	Total gaz
initial	0,5		0		0	0,5
final	0,5 - ξ_f		ξ_f		ξ_f	0,5 + ξ_f

et la pression totale : $P_{tot} = n_{COBr_{2,i}}RT/V = 7{,}19.10^5$ Pa = 7,19 bar

$Q_r = \frac{P_{CO}/P^0 \times P_{Br_2}/P^0}{P_{COBr_2}/P^0} = \frac{n_{CO} \times n_{Br_2} \times P_{tot}}{n_{COBr_2} \times n_{tot} \times P^0}$

Le volume est constant (mais pas la pression), d'où $P_{tot} = n_{tot}RT/V$, soit : $\frac{P_{tot}}{n_{tot}} = \frac{RT}{V} = 14{,}4.10^5$ Pa.mol^{-1}

A l'équilibre $Q_{r,eq} = K$ d'où $\frac{\xi^2{}_f \times 14{,}4}{(0{,}5 - \xi_f)} = 5{,}46$

$$14{,}4\xi^2{}_f + 5{,}46\xi_f - 2{,}73 = 0 \Rightarrow \xi_f = 0{,}285 \text{ mol (seule racine positive)}$$

	$COBr_{2(g)}$	$CO_{(g)}$	$Br_{2(g)}$
Etat final (mol)	0,215	0,285	0,285

2. Le pourcentage de $COBr_2$ décomposé à cette température est $\frac{\xi_f}{n_{COBr_{2,i}}} \times 100 = 57$ %

3. Après l'ajout de 2,00 mol de monoxyde de carbone CO, l'état du système est le suivant :

	$COBr_{2(g)}$	$CO_{(g)}$	$Br_{2(g)}$	Total gaz
Etat (mol)	0,215	2,285	0,285	2,785

$Q_{r,i} = \frac{2{,}285 \times 0.285 \times 14{,}4}{0.215} = 43{,}6 > K$: le système évolue dans le sens indirect, ce qui est bien en accord avec la loi de modération vue dans le cours.

4. On commence par établir le tableau d'avancement de la réaction :

Etat	$COBr_{2(g)}$ ⇄	$CO_{(g)}$ +	$Br_{2(g)}$	Total gaz
initial	0,215	2,285	0,285	2,785
final	0,215 - ξ_f	2,285 + ξ_f	0,285 + ξ_f	2,785 + ξ_f

$Q_{r,eq} = K \Rightarrow \frac{(2{,}285 + \xi_f) \times (0{,}285 + \xi_f) \times 14{,}4}{(0{,}215 - \xi_f)} = 5{,}46 \Rightarrow \frac{\xi^2{}_f + 2{,}57\xi_f + 0{,}651}{(0{,}215 - \xi_f)} = 0{,}379$

$$\xi^2{}_f + 2{,}57\xi_f + 0{,}651 = 0{,}0815 - 0{,}379\xi_f$$

$$\xi^2{}_f + 2{,}95\xi_f + 0{,}570 = 0$$

Les solutions de cette équation du second degré sont : $\xi_f = -2{,}74$ mol et $\xi_f = -0{,}210$ mol

La première solution est impossible car elle donnerait $n_f(CO_{(g)}) = -0{,}46$ mol < 0

On en déduit $\xi_f = -0{,}21$ mol < 0, ce qui est en accord avec le déplacement de l'équilibre dans le sens indirect. L'état final du système est donc :

	$COBr_{2(g)}$	$CO_{(g)}$	$Br_{2(g)}$
Etat final (mol)	0,415	2,075	0,075

On a bien $\frac{n_{CO,f} \times n_{Br_{2,f}} \times P_{tot}}{n_{COBr_{2,f}} \times n_{tot,f} \times P^0} = \frac{2{,}075 \times 0{,}075 \times 14{,}4}{0{,}415} = 5{,}4 \approx K$