Exercice A. Objectif : grossir !

Le conjugué A' d'un point A, par une lentille mince sphérique, de centre optique O, de foyers F et F', de distance focale image f ', vérifie les relations suivantes :

Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Relation de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

I. Observer Jupiter depuis la Terre

C'est en janvier 1610, à l'aide d'une très modeste lunette astronomique, que Galilée se rendit compte de la présence de quatre points lumineux à proximité de la planète géante. En notant soigneusement leurs positions, plusieurs soirs de suite, il s'aperçut que ces quatre points étaient mobiles et comprit qu'ils tournaient autour de la planète. Galilée venait de découvrir les quatre satellites principaux de Jupiter.

Données :

Masse de la Terre	$M_T = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg
Masse de Jupiter	$M_J = 1,97 \cdot 10^{27}$ kg
Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \cdot 10^{3}$ km
Rayon de Jupiter	$R_J = 7,0 \cdot 10^{4}$ km
Rayon de l'orbite terrestre	$d_T = 1,50 \cdot 10^{8}$ km
Rayon de l'orbite de Jupiter	$d_J = 7,80 \cdot 10^{8}$ km
Période de révolution sidérale de la Terre	$T_T = 365,25$ jours

Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles ayant pour centre le Soleil, contenus dans un même plan, de rayons respectifs d_T et d_J et décrits dans le même sens. La planète Jupiter est modélisée en première approximation par une sphère de rayon R_J.

1) Calculer l'angle maximal α_m sous lequel Jupiter est vue depuis la Terre.

II. L'œil

L'œil peut être modélisé par une lentille mince convergente (L_0) (le cristallin) couplé à un écran (la rétine) située environ à *d' = 1,5 cm* du cristallin.

2) Quelle est la limite de résolution angulaire d'un œil normal ?

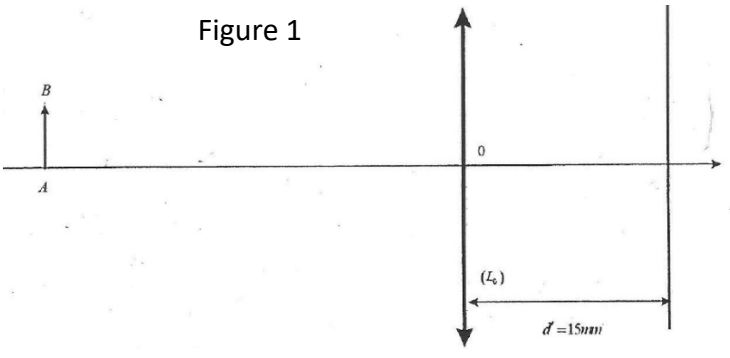
On considère d'abord un œil myope dont le cristallin peut faire une image nette d'un objet *A* situé à une distance de l'œil comprise entre $d_1 = 12$ *cm* et $d_2 = 1,2$ *m.*

3) Déterminer l'expression de la distance focale image $f_{01'}$ de (L_0) permettant d'obtenir une image nette sur la rétine d'un objet situé à une distance d_1 devant l'œil. Donner une application numérique approchée.

4) Calculer la valeur de la distance focale image $f_{02'}$ de (L_0) permettant d'obtenir une image nette sur la rétine d'un objet situé à une distance d_2 devant l'œil.

5) Déterminer graphiquement dans le cadre de l'approximation de Gauss, les positions des foyers principaux image *F'* et objet *F* de la lentille sur la figure 1 page suivante.

Figure 1



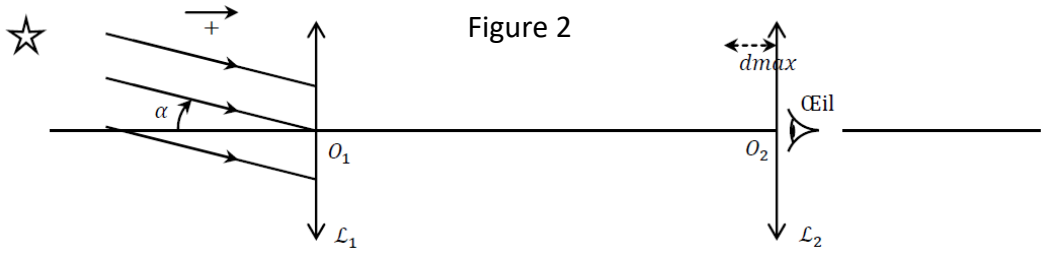
III. Lunette astronomique

Pour observer Jupiter, l'observateur utilise une lunette astronomique.
Dans toute cette partie, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites.

Une lunette astronomique peut être assimilée à un système de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de centres respectifs O_1 et O_2, de même axe optique, et de distances focales images respectives f_1' et f_2'. Les foyers principaux objets et images de l'objectif et de l'oculaire sont notés respectivement F_1, F'_1 et F_2, F'_2.

L'œil est à présent considéré comme normal ou emmétrope (c'est-à-dire sans défaut). Son punctum proximum (PP) est situé à $d_m = 25\ cm$ du cristallin. L'œil est placé juste derrière l'oculaire (Figure 2), son centre optique O étant confondu avec O_2.

Figure 2



On note A_1B_1 l'image de l'objet AB par la lentille objectif et $A'B'$ l'image de A_1B_1 par la lentille oculaire.
L'objet AB étant très éloigné sera considéré à l'infini : A est situé sur l'axe optique et B hors de l'axe optique. AB est vu à l'œil nu sous un angle d'incidence $\alpha > 0$ (voir schéma précédent).

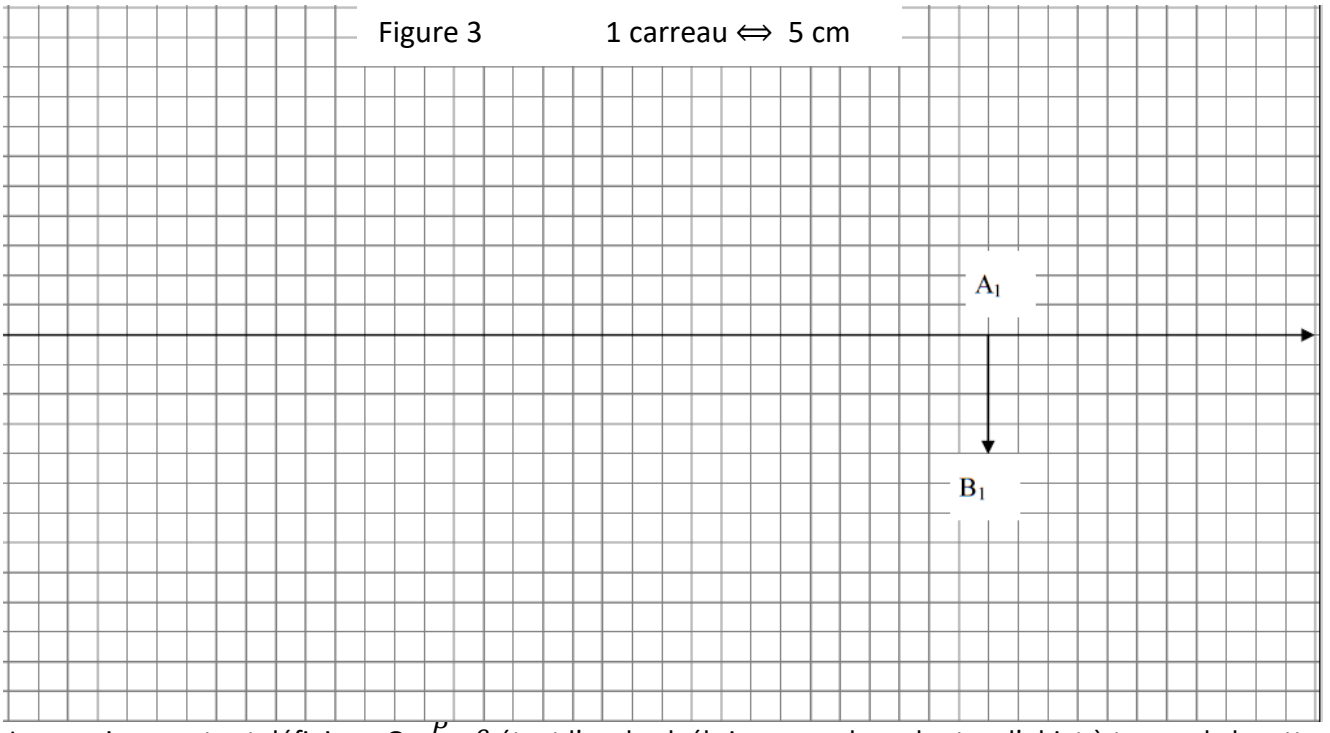
6) Qu'appelle-t-on conditions de Gauss ?

7) Déterminer la position de l'image intermédiaire A_1B_1 pour qu'un œil normal visant AB à travers la lunette n'ait pas à accommoder.

8) En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire.

9) $f_1' = 100\ cm$ et $f_2' = 20\ cm$. Sur la figure 3, en respectant la position de l'image intermédiaire A_1B_1, représenter le trajet d'un faisceau lumineux en respectant l'échelle indiquée.

Figure 3 1 carreau ⟺ 5 cm



10) Le grossissement est défini par $G = \frac{\beta}{\alpha}$, β étant l'angle algébrique sous lequel est vu l'objet à travers la lunette. Déterminer l'expression de G et sa valeur numérique.

11) On note D_1 le diamètre de l'objectif L_1, ce dernier constituant un objet pour l'oculaire. Quel est alors le diamètre D'_1 du disque image de l'objectif par l'oculaire (exprimé en fonction de D_1), et à quelle distance de O_2 cette image se forme-t-elle ? Comment appelle-on ce disque image ?

12) Lorsque l'œil accommode, on doit déplacer l'oculaire par rapport à l'objectif.

a) Déterminer l'expression de $\overline{O_2A_1}$ à la limite de l'accomodation par l'œil, celui-ci étant toujours situé juste derrière l'oculaire, pour pouvoir observer la planète.

b) En déduire l'expression de la distance maximale $d_{max} > 0$ dont on peut rapprocher l'oculaire de l'objectif. Faire l'application numérique.

13) La lunette est à nouveau réglée dans une configuration d'instrument afocal ($d_{max} = 0$) (l'œil étant toujours situé juste derrière l'oculaire). On observe alors un objet ponctuel A à distance finie de l'objectif de la lunette sur l'axe optique. On note A_1 l'image de A par L_1 et A' celle de A_1 par L_2

Déterminer en fonction de f_1', f_2' et d_m la distance minimale $D_{min} = \overline{AF_1}$ à laquelle on peut placer A pour que l'œil puisse observer nettement l'image de A à travers la lunette ? On pourra utiliser la relation de Newton pour l'objectif ainsi que la réponse à la question 12a.
Faire l'application numérique.

14) La lunette vise à nouveau l'objet à l'infini et l'œil est normal ou emmétrope
On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2, une troisième lentille convergente L_3 de distance focale image f_3'
L'oculaire L_2 est déplacé pour avoir de l'objet une image nette à l'infini à travers le nouveau système optique.

a) Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi ?

b) On appelle γ_3 , le grandissement transversal de la lentille L_3. En déduire O_3F_1' en fonction de f_3' et γ_3.

c) Faire sur la figure 4 une construction qui ne sera pas à l'échelle. On appelle A_1B_1 la première image intermédiaire et A_2B_2 la seconde image intermédiaire. Placer les foyers.

d) En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de γ_3 et de G. Comparer G' à G en norme et en signe.

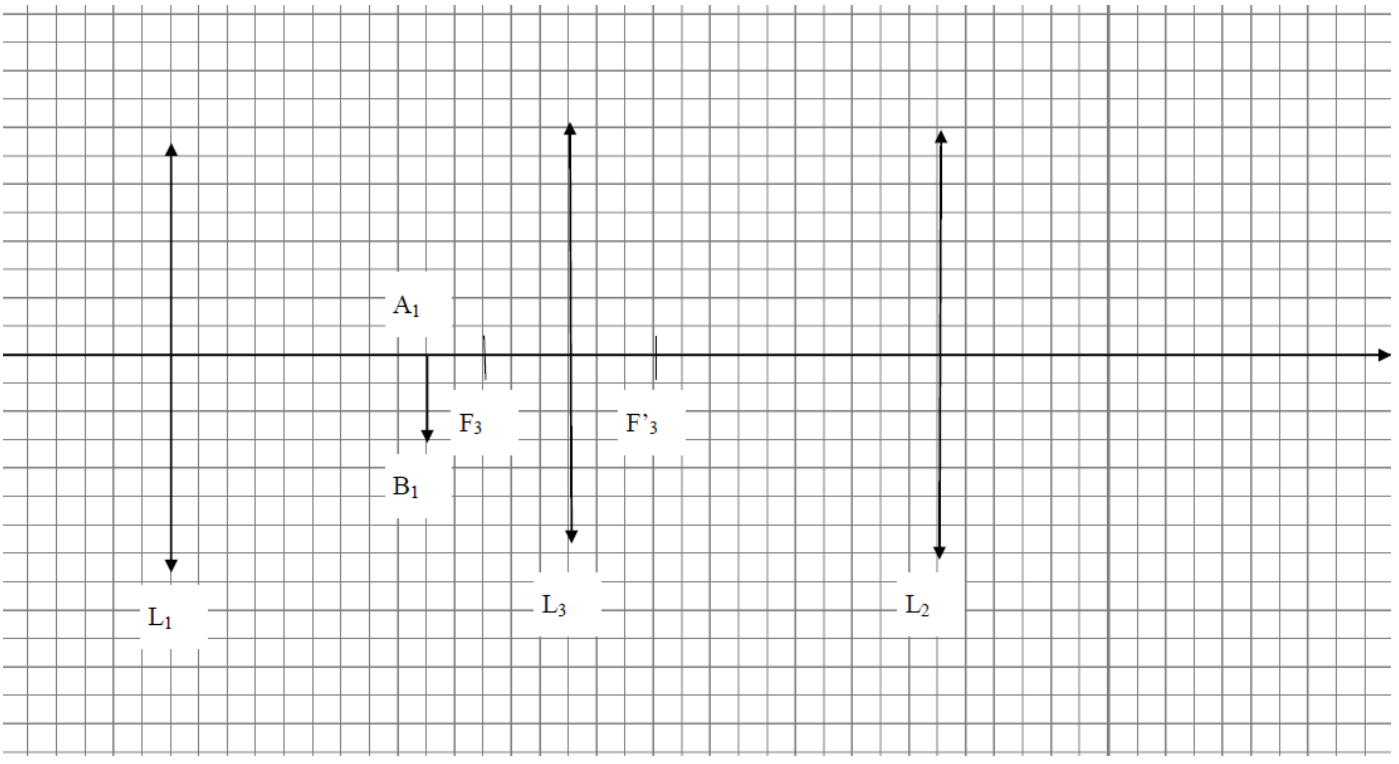


Figure 4