Correction Applications chapitre P7

Application 1

1- L'amplitude du signal est $S_m = 2V$, sa période $T = 4,0\ ms$

2- $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4.10^{-3}} = 250\ Hz$

$\omega = 2\pi f = 500\pi \simeq 1,5.10^3\ rad.s^{-1}$

3- La date t_1 la plus proche de $t=0$ pour laquelle $s(t)$ prend son maximum vérifie : $\omega t_1 + \varphi = 0$ ($\cos(\omega t_1 + \varphi) = 1$)

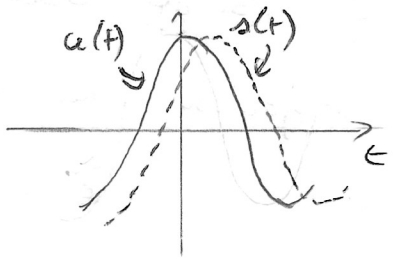
$\Rightarrow \varphi = -\omega t_1$ avec $t_1 = 0,7\ ms$

d'où $\varphi = -1,5.10^3 \times 0,7.10^{-3} \simeq -1,1\ rad$

On peut aussi trouver à partir de $s(0)$:

$s(0) = S_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{s(0)}{S_m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm \pi/3$

$\varphi < 0$ car le signal est en retard sur le signal $u(t) = S_m \cos(\omega t) \Rightarrow \varphi = -\pi/3$



4- $s(t) = 2,0 \cos(1,5.10^3 t - \pi/3)$

Application 2

1- $\vec{F_1} = -k_1(x - l_{01})\vec{e_x}$ et $\vec{F_2} = -k_2(x - l_{02})\vec{e_x}$

2- $\vec{F_1} + \vec{F_2} = -\left[(k_1 + k_2)x - k_1 l_{01} - k_2 l_{02}\right]\vec{e_x}$ (1)

3- A l'équilibre $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0}$ d'après le principe d'inertie

$\vec{0} = -\left[(k_1 + k_2)x_e - k_1 l_{01} - k_2 l_{02}\right]\vec{e_x}$ (2)

4- En effectuant (1) - (2), on trouve :

$\vec{F_1} + \vec{F_2} = -\left[(k_1 + k_2)x - k_1 l_{01} - k_2 l_{02} - (k_1 + k_2)x_e + k_1 l_{01} + k_2 l_{02}\right]\vec{e_x}$

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = -(k_1 + k_2)(x - x_e)\vec{e_x}$$

$\vec{F_1} + \vec{F_2}$ est de la forme $-k(x - l_0)\vec{e_x}$

où $\underline{k = k_1 + k_2}$ et $l_0 = x_e$

5- D'après (2) : $(k_1 + k_2) x_e = k_1 l_{01} + k_2 l_{02}$

$$\Rightarrow x_e = \frac{k_1 l_{01} + k_2 l_{02}}{k_1 + k_2}$$

D'après la forme trouvée dans la question 4-, l'association en parallèle des 2 ressorts est équivalente à un ressort de raideur $k_1 + k_2$ et de longueur à vide $\frac{k_1 l_{01} + k_2 l_{02}}{k_1 + k_2}$

Application 3

Système : masse, référentiel : terrestre

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{F}$

2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

Projection sur Ox : $0 + 0 - kx = m\ddot{x}$ car $x = l_{ressort} - l_0$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

Il n'y a pas de second membre, contrairement à ce qui a été vu précédemment -

D'où $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

On trouve A et B à partir des conditions initiales.

Application 4

1- L'extrémité de chaque branche du diapason effectue un mouvement d'oscillation de la forme $x(t) = A\cos(\omega t)$



d'où $v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t) = -A 2\pi f \sin(\omega t)$

L'amplitude de la vitesse est donc :

$$V_m = 2\pi A f \quad \text{A.N.} \quad V_m = 1{,}4 \cdot 10^{3}\ \text{mm.s}^{-1} = 1{,}4\ \text{m.s}^{-1}$$

2- L'accélération est $a = \frac{dv}{dt}$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t) = -A(2\pi f)^2 \cos(\omega t)$$

D'où $A_m = V_m \omega = 3{,}8 \cdot 10^{3}\ \text{m.s}^{-2}$

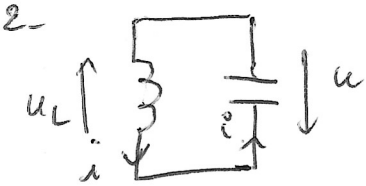
Application 5

1- Le courant est établi depuis longtemps dans la bobine qui est donc équivalente à un fil, d'où $i(0^-) = \frac{E}{R}$

Le courant est initialement déchargé donc $u(0^-) = 0$

L'intensité dans la bobine et la tension aux bornes du condensateur sont continus, d'où $i(0^+) = \frac{E}{R}$ et $u(0^+) = 0$

2-



$$u_L + u = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + u = 0$$

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{du}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0$$

3- On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

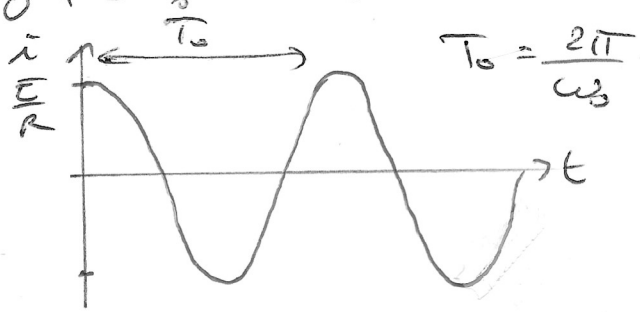
$$\Rightarrow i(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

$$\frac{di}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$i(0) = \frac{E}{R} \Rightarrow A + 0 = \frac{E}{R} \Rightarrow A = \frac{E}{R}$$

$$\frac{di}{dt}(0) = \frac{u_L(0)}{L} = -\frac{u(0)}{L} = 0 \Rightarrow 0 + B\omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$$

D'où $i(t) = \frac{E}{R}\cos(\omega_0 t)$



$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$