Nom: .... **Prénom:** ....

6 ■ Nombres Complexes

1. Montrer que $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

....

....

....

....

....

....

....

Pour le questionnaire qui suit, une seule réponse est exacte par question.

Barème : $+1$ par bonne réponse, $-0,5$ par mauvaise réponse, 0 si aucune réponse.

2. Quelle est l'inverse de $3 - 4i$?

(a) ☐ $\frac{1}{3} - \frac{i}{4}$ (b) ☐ $\frac{1}{3} + \frac{i}{4}$ (c) ☐ $\frac{3}{5} + \frac{4i}{5}$ (d) ☐ $\frac{3}{25} + \frac{4i}{25}$

3. Si $\sin x = \frac{1}{2}$ alors

(a) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [\pi]$

(b) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$

(c) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = \frac{5\pi}{6} \quad [2\pi]$

(d) ☐ $x = \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$ ou $x = \frac{2\pi}{3} \quad [2\pi]$

4. La fonction sinus établit une bijection de

(a) ☐ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $\mathbb{R}$

(b) ☐ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $[0, 1]$

(c) ☐ $[-\pi, \pi]$ sur $[-1, 1]$

(d) ☐ $]0, \pi[$ sur $]0, 1[$

5. Si z est un nombre complexe, la partie réelle de $z + i\overline{z}$ est

(a) ☐ $\mathrm{Re}(z) + i\,\mathrm{Re}(\overline{z})$ (b) ☐ $\mathrm{Re}(z) - \mathrm{Im}(z)$ (c) ☐ $2\,\mathrm{Re}(z)$ (d) ☐ $\mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z)$

6. Soit $z \in \mathbb{C}$. Le nombre complexe $(z - i)(z - 2i)$ est égal à

(a) ☐ $z^2 - 2$ (b) ☐ $z^2 + 2$ (c) ☐ $z^2 - 3iz + 2$ (d) ☐ $z^2 - 3iz - 2$

7. Si x est un nombre réel, la partie réelle de $z = \frac{1 + ix}{1 - ix}$ est

(a) ☐ $\frac{1}{1 + x^2}$ (b) ☐ $\frac{1}{1 - x^2}$ (c) ☐ $\frac{1 - x^2}{1 + x^2}$ (d) ☐ $\frac{2x}{1 - x^2}$

8. Soit $z \in \mathbb{C}$. Que dire de z si z^2 est réel ?

(a) ☐ z est forcément réel

(b) ☐ z est un réel ou imaginaire pur

(c) ☐ z est un réel ou de module 1

(d) ☐ z est un réel ou égal à i ou $-i$

9. Quelle est la valeur de $\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$

(a) ☐ $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ (b) ☐ $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ (c) ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) ☐ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

Nom: .... **Prénom:** ....

D ■ Nombres Complexes

1. Montrer que $\arctan\frac{1}{2} + \arctan\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.
....
....
....
....
....
....
....

Pour le questionnaire qui suit, une seule réponse est exacte par question.

Barème : $+1$ par bonne réponse, $-0,5$ par mauvaise réponse, 0 si aucune réponse.

2. Quelle est l'inverse de $3+4i$?

   (a) ☐ $\frac{3}{25} - \frac{4i}{25}$ (b) ☐ $\frac{3}{5} - \frac{4i}{5}$ (c) ☐ $\frac{1}{3} - \frac{i}{4}$ (d) ☐ $\frac{1}{3} + \frac{i}{4}$

3. Si $\cos x = \frac{1}{2}$ alors

   (a) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [\pi]$

   (b) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$

   (c) ☐ $x = \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$ ou $x = \frac{2\pi}{3} \quad [2\pi]$

   (d) ☐ $x = \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = \frac{5\pi}{6} \quad [2\pi]$

4. La fonction cosinus établit une bijection de

   (a) ☐ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $\mathbb{R}$

   (b) ☐ $[-\pi, \pi]$ sur $[-1, 1]$

   (c) ☐ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $[0, 1]$

   (d) ☐ $]0, \pi[$ sur $]0, 1[$

5. Si z est un nombre complexe, la partie imaginaire de $z + i\overline{z}$ est

   (a) ☐ $\mathrm{Re}(z) + i\,\mathrm{Re}(\overline{z})$ (b) ☐ $\mathrm{Re}(z) - \mathrm{Im}(z)$ (c) ☐ $2\,\mathrm{Re}(z)$ (d) ☐ $\mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z)$

6. Soit $z \in \mathbb{C}$. Le nombre complexe $(z+2i)(z-2i)$ est égal à

   (a) ☐ $z^2 - 4iz - 4$ (b) ☐ $z^2 - 4iz + 4$ (c) ☐ $z^2 - 4$ (d) ☐ $z^2 + 4$

7. Si x est un nombre réel, la partie imaginaire de $z = \frac{1+ix}{1-ix}$ est

   (a) ☐ -1 (b) ☐ $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ (c) ☐ $\frac{2x}{1+x^2}$ (d) ☐ $\frac{2x}{1-x^2}$

8. Soit $z \in \mathbb{C}$. Que dire de z si z^2 est réel ?

   (a) ☐ z est forcément réel

   (b) ☐ z est un réel ou imaginaire pur

   (c) ☐ z est un réel ou de module 1

   (d) ☐ z est un réel ou égal à i ou $-i$

9. Quelle est la valeur de $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$

   (a) ☐ $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ (b) ☐ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ (c) ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) ☐ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$