Une jolie courbe et des tangentes

Exercice 1 : Soit $\mathscr{C}$ le cercle d'équation cartésienne $x^2+y^2-6x+2y+5=0$ et $\mathrm{A}(4;\ -4)$. On peut mener par le point A deux tangents au cercle $\mathscr{C}$.

Calculer la distance entre les points d'intersection de ces tangentes et de $\mathscr{C}$.

Exercice 2 : Soit $\mathcal{E}$ le plan muni du repère orthonormal $(\mathrm{O};\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$.

Soit $(\mathscr{D})$ la droite d'équation : $y=-1$ et F le point de coordonnées $(0;\ 1)$.

A tout point $\mathrm{M}(x;\ y)$ du plan on associe le point H, projeté orthogonal de M sur $(\mathscr{D})$.

On considère $\mathcal{P}$ l'ensemble des points M tels que

$$\mathrm{MF}=\mathrm{MH}$$

1

1. Déterminer les coordonnées de H en fonction de x.
2. Calculer en fonction de x et y les distances MF et MH.
3. En déduire que M appartient à $\mathcal{P}$ si, et seulement si,

$$y=\frac{x^2}{4}$$

Comment s'appelle l'ensemble $\mathcal{P}$?

2 On considère les points M et M′ de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives 4 et -1 et H et H′ leur projeté orthogonal respectif sur $(\mathscr{D})$.
Soit (Δ) la bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{FMH}}$ et (Δ') la bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{FM'H'}}$.

1. Placer les points F, M, M′, H et H′
2. Préciser les coordonnées des points M, M′, H et H′.
3. Exprimer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{FM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{FM'}}$ et montrer qu'ils sont colinéaires.
   Que peut-on en déduire ?
4. Déterminer les équations réduites droites (Δ) et (Δ').
   Tracer ces droites. Montrer qu'elles sont perpendiculaires.
5. Déterminer les coordonnées de leur point commun et montrer qu'il appartient à $(\mathscr{D})$.
6. (Δ) coupe l'axe $(\mathrm{O};\ \vec{\jmath})$ en T.
   i. Donner une équation de la perpendiculaire à (Δ) en M.
   ii. Cette droite coupe l'axe $(\mathrm{O};\ \vec{\jmath})$ en N. Donner les coordonnées de N et T.
   iii. Montrer F est le milieu de [NT].

3 On appelle Q le projeté de M sur l'axe $(\mathrm{O};\ \vec{\jmath})$ et I le milieu de [FH].
Donner le nom et les éléments caractéristiques de la transformation qui associe le triangle MNQ au triangle IFO.