

Matrices et Applications linéaires

Une seule réponse exacte par question.

1. Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ une base d'un espace vectoriel E et u l'endomorphisme de E dont la

matrice dans la base \mathcal{B} est $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Quel est le vecteur $u(e_1 + e_2 + e_3)$?

- (a) $2e_1 + 3e_2$ (b) $2e_1 + e_2 - e_3$ (c) $e_1 + e_2 + e_3$ (d) $e_2 + 3e_3$

2. Soit u un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension n . A la matrice de u dans une base \mathcal{B} et A' la matrice de u dans une autre base \mathcal{B}' . Si P est la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' , on a :

- (a) $A' = PA$ (b) $A' = AP^{-1}$ (c) $A' = PAP^{-1}$ (d) $A' = P^{-1}AP$

3. Soit E l'espace vectoriel de fonctions engendré par $\mathcal{B} = (\sin, \cos)$. Quelle est la matrice de l'application linéaire $f \mapsto f'$ dans la base \mathcal{B} ?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 (b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} \cos x & 0 \\ 0 & -\sin x \end{pmatrix}$

4. Le rang d'une matrice A de taille $n \times p$ est

- (a) le nombre de colonnes non nulles de A
 (b) inférieur au nombre de colonnes non nulles de A
 (c) supérieur au nombre de colonnes non nulles de A
 (d) n moins le nombre de colonnes non nulles de A

5. La matrice d'un endomorphisme u dans une base (e_1, e_2) est $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Sa matrice dans la base (e_2, e_1) est

- (a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

6. Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ une base d'un plan vectoriel E et $\mathcal{B}' = (e_1 + e_2, e_2)$. Si un vecteur a pour coordonnées (x, y) dans la base \mathcal{B} , ses coordonnées dans \mathcal{B}' sont

- (a) $(x + y, y)$ (b) $(x, x + y)$ (c) $(x, y - x)$ (d) $(x + y, -x)$

7. Laquelle des matrices suivantes définit un projecteur de \mathbb{R}^2 ?

- (a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

8. Soit E l'espace des polynômes réels de degré inférieur ou égal à 3. On considère l'endomorphisme f de E défini par $f(P) = P(X) - P(X - 1)$.

La matrice de f dans la base canonique de E est

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 (b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

9. Soit s une symétrie de E et \mathcal{B} une base quelconque de E.

La matrice de s dans la base \mathcal{B} est

- (a) symétrique (b) diagonale (c) triangulaire (d) inversible

10. Soit E un espace vectoriel dont (e_1, e_2, e_3) est une base. Soit u l'endomorphisme de E défini par $u(e_1) = e_2$, $u(e_2) = e_3$ et $u(e_3) = e_1$.

La matrice de u dans la base $(e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3 + e_1)$ est

- (a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

11. Soit A une matrice carrée réelle de taille 4 telle que $A^2 = 0$.

L'ensemble des valeurs que peut prendre le rang de A est :

- (a) $\{0\}$ (b) $\{0, 1\}$ (c) $\{0, 1, 2\}$ (d) $\{0, 1, 2, 3\}$