

## Types de raisonnement

**Exercice 1 :** Soit  $f$  la fonction définie par  $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$   
$$x \longmapsto \frac{x+1}{2x-1}.$$

Montrer que pour tout réel  $y \neq \frac{1}{2}$ , il existe un unique réel  $x \neq \frac{1}{2}$  tel que  $f(x) = y$ .

**Exercice 2 :** Montrer que toute fonction  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  peut s'écrire comme la somme d'une fonction affine, et d'une fonction s'annulant en  $-1$  et  $1$ .

**Exercice 3 :** On note  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :  $u_0 = 0$ ,  $u_1 = 1$  et  $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer que,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 3^n - 2^n$ .

**Exercice 4 :** Montrer par une récurrence forte, que pour tout naturel  $n$  non nul, il existe un unique couple  $(p; q)$  d'entiers naturels tel que  $n = 2^p \times (2q + 1)$ .

**Aide :** On démontrera l'existence et l'unicité d'un tel couple séparément.