

Polynômes

Une seule réponse exacte par question.

- 1] Quel est le coefficient de X^2 dans le polynôme $(1 + X + X^2 + \dots + X^n)^2$?
 (a) 2 (b) 3 (c) $n + 1$ (d) $n + 2$
- 2] Le degré du polynôme $(X + 1)^n - (X - 1)^n$ est
 (a) n^2 (b) $2n$ (c) n (d) $n - 1$
- 3] Quelles sont les racines du polynôme $\prod_{k=1}^n (X^2 - k^2)$?
 (a) $1, 2, \dots, n$ (c) $(-1)^n (n!)^2$
 (b) $-n, -(n - 1), \dots, -1, 1, \dots, n$ (d) $-n^2, -(n - 1)^2, \dots, -1, 1, \dots, n^2$
- 4] La somme des quatre racines complexes du polynôme $7X^4 + 2X^2 - 3X + 5$ vaut :
 (a) 0 (b) $\frac{3}{5}$ (c) $-\frac{2}{7}$ (d) -2
- 5] Un polynôme réel qui admet une infinité de racines est :
 (a) nul (b) constant (c) scindé (d) de degré $+\infty$
- 6] Soit P un polynôme complexe tel que 0 soit une racine de P' d'ordre 3. Alors 0
 (a) est une racine de P d'ordre $P(0)$ (c) est une racine de P d'ordre 4
 (b) est une racine de P d'ordre 2 (d) n'est pas forcément racine de P
- 7] Soit $P = (X - 1)(X + 2)^n \in \mathbb{R}[X]$ où $n \in \mathbb{N}$. Alors $P'(1)$ vaut :
 (a) 0 (b) 3^n (c) $\binom{n}{1} 3^n$ (d) $\binom{n}{n-1} 3^n$
- 8] Quelle est la dérivée k -ième du polynôme X^n (lorsque $k \leq n$) ?
 (a) X^{n-k} (c) $(n - k)! X^{n-k}$ (d) $\frac{n!}{(n - k)!} X^{n-k}$
 (b) $k! X^{n-k}$
- 9] Le degré du polynôme $\prod_{k=1}^n (X^k - 1)$?

- a $\square n$ b $\checkmark \frac{n(n+1)}{2}$ c $\square (-1)^n$ d $\square nk$

10 La fonction $x \mapsto \sqrt{1+x^2}$ est

- a \square une fonction polynomiale de degré $\frac{1}{2}$ c \square une fonction polynomiale de degré 2
 b \square une fonction polynomiale de degré 1 d \checkmark n'est pas une fonction polynomiale

11 Soit P un polynôme unitaire de $\mathbb{R}[X]$ dont toutes les racines sont de module 1. Alors son coefficient constant vaut

- a $\square 1$ c $\checkmark 1$ ou -1
 b $\square 0$ d \square un réel quelconque de $[-1, 1]$

12 Soit P un polynôme de degré n . Combien P admet-il au plus de racines doubles?

- a $\square \sqrt{n}$ b $\checkmark \frac{n}{2}$ c $\square n-2$ d $\square 2n$

13 Si P et Q sont deux polynômes de degré n , quel est le degré de $PQ' - P'Q$?

- a $\square n^2 - n$ b $\square n^2 - n - 1$ c $\square 2n - 1$ d $\checkmark \leq 2n - 2$

14 Soit $P = 1 + 2(X-1)^2 + 8(X-1)^4 \in \mathbb{R}[X]$. Que vaut $P''(1)$?

- a $\square 1$ b $\square 2$ c $\checkmark 4$ d $\square 8$

15 On écrit la division euclidienne d'un polynôme A de degré 8 par un polynôme B de degré 2. Le quotient est de degré

- a $\square < 2$ b $\square 2$ c $\square 4$ d $\square 6$

16 Dans la division euclidienne de $P = X^5 + 3X^2 + 4$ par $X + 1$ le reste vaut

- a $\checkmark 6$ c $\square X + 3$
 b $\square 8$ d $\square X^4 - X^3 + 2X^2 - X + 4$

17 Combien y a-t-il de polynômes P à coefficients réels de degré 3 qui vérifient $P(0) = P(1) = P(2) = P(3) = 4$?

- a \checkmark aucun b \square un seul c $\square 2$ d \square une infinité

18 Soit $P = (X^2 - 1)^5$ La dérivée troisième de P en 1 vaut

- a $\checkmark 0$ b $\square 60$ c $\square 360$ d $\square 32$

19 Si a, b, c sont les trois racines complexes de $X^3 + 2X^2 - X + 1$, que vaut $a^2 + b^2 + c^2$?

a 1

b 2

c 4

d 6

20 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. À l'aide de la formule de Leibniz, que vaut la dérivée n -ième en 1 du polynôme $(X - 1)^n(X + 2)$?

a 0

b 1

c $n!$

d $3n!$