

Polynômes

Une seule réponse exacte par question.

- 1] Quel est le coefficient de X^2 dans le polynôme $(1 + X + X^2 + \dots + X^n)^2$?
- a $\square 2$
 b $\surd 3$
 c $\square n + 1$
 d $\square n + 2$
- 2] Le degré du polynôme $(X + 1)^n - (X - 1)^n$ est
- a $\square n^2$
 b $\square 2n$
 c $\square n$
 d $\surd n - 1$
- 3] Quelles sont les racines du polynôme $\prod_{k=1}^n (X^2 - k^2)$?
- a $\square 1, 2, \dots, n$
 c $\square (-1)^n (n!)^2$
 b $\surd -n, -(n-1), \dots, -1, 1, \dots, n$
 d $\square -n^2, -(n-1)^2, \dots, -1, 1, \dots, n^2$
- 4] La somme des quatre racines complexes du polynôme $7X^4 + 2X^2 - 3X + 5$ vaut :
- a $\square 0$
 b $\square \frac{3}{5}$
 c $\surd -\frac{2}{7}$
 d $\square -2$
- 5] Un polynôme réel qui admet une infinité de racines est :
- a \surd nul
 b \square constant
 c \square scindé
 d \square de degré $+\infty$
- 6] Soit P un polynôme complexe tel que 0 soit une racine de P' d'ordre 3. Alors 0
- a \square est une racine de P d'ordre $P(0)$
 c \square est une racine de P d'ordre 4
 b \square est une racine de P d'ordre 2
 d \surd n'est pas forcément racine de P
- 7] Soit $P = (X - 1)(X + 2)^n \in \mathbb{R}[X]$ où $n \in \mathbb{N}$. Alors $P'(1)$ vaut :
- a $\square 0$
 b $\surd 3^n$
 c $\square \binom{n}{1} 3^n$
 d $\square \binom{n}{n-1} 3^n$
- 8] Quelle est la dérivée k -ième du polynôme X^n (lorsque $k \leq n$) ?
- a $\square X^{n-k}$
 c $\square (n-k)! X^{n-k}$
 d $\surd \frac{n!}{(n-k)!} X^{n-k}$
 b $\square k! X^{n-k}$
- 9] Le degré du polynôme $\prod_{k=1}^n (X^k - 1)$?

- a n b $\frac{n(n+1)}{2}$ c $(-1)^n$ d nk

10 La fonction $x \mapsto \sqrt{1+x^2}$ est

- a une fonction polynomiale de degré $\frac{1}{2}$ c une fonction polynomiale de degré 2
 b une fonction polynomiale de degré 1 d n'est pas une fonction polynomiale

11 Soit P un polynôme unitaire de $\mathbb{R}[X]$ dont toutes les racines sont de module 1. Alors son coefficient constant vaut

- a 1 c 1 ou -1
 b 0 d un réel quelconque de $[-1, 1]$

12 Soit P un polynôme de degré n . Combien P admet-il au plus de racines doubles?

- a \sqrt{n} b $\frac{n}{2}$ c $n-2$ d $2n$

13 Si P et Q sont deux polynômes de degré n , quel est le degré de $PQ' - P'Q$?

- a $n^2 - n$ b $n^2 - n - 1$ c $2n - 1$ d $\leq 2n - 2$

14 Soit $P = 1 + 2(X-1)^2 + 8(X-1)^4 \in \mathbb{R}[X]$. Que vaut $P''(1)$?

- a 1 b 2 c 4 d 8

15 On écrit la division euclidienne d'un polynôme A de degré 8 par un polynôme B de degré 2. Le quotient est de degré

- a < 2 b 2 c 4 d 6

16 Dans la division euclidienne de $P = X^5 + 3X^2 + 4$ par $X + 1$ le reste vaut

- a 6 c $X + 3$
 b 8 d $X^4 - X^3 + 2X^2 - X + 4$

17 Combien y a-t-il de polynômes P à coefficients réels de degré 3 qui vérifient $P(0) = P(1) = P(2) = P(3) = 4$?

- a aucun b un seul c 2 d une infinité

18 Soit $P = (X^2 - 1)^5$ La dérivée troisième de P en 1 vaut

- a 0 b 60 c 360 d 32

19 Si a, b, c sont les trois racines complexes de $X^3 + 2X^2 - X + 1$, que vaut $a^2 + b^2 + c^2$?

a) 1 b) 2 c) 4 d) 6

20 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. À l'aide de la formule de Leibniz, que vaut la dérivée n -ième en 1 du polynôme $(X - 1)^n(X + 2)$?

 a) 0 b) 1 c) $n!$ d) $3n!$