Révisions

❑ **Exercice 1 :** Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère les deux droites $\mathcal{D}_m$ et $\mathcal{D}'_m$ d'équations cartésiennes respectives :

$$\mathcal{D}_m :\ (m+1)x+(m+3)y+36=0 \quad \text{et} \quad \mathcal{D}'_m :\ (2m+6)x+(5m+3)y-42=0.$$

Pour quelle(s) valeur(s) de m ces deux droites sont-elles parallèles ? orthogonales ?

❑ **Exercice 2 :** Soit $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{1+u_n}{1+2u_n}$.

Justifier l'existence de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Montrer que (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont monotones.

Qu'en déduire pour l'étude de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

❑ **Exercice 3 :** Soient $u_0, v_0 \in \mathbb{R}_+^*$, et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n+v_n}{2}$ et $v_{n+1} = \dfrac{2u_nv_n}{u_n+v_n}$.

Montrer que (u_n) et (v_n) convergent vers une même limite qu'on déterminera.

Indication : commencer par montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \geqslant v_n$.

❑ **Exercice 4 :** Résoudre et discuter le système suivant d'inconnue (x, y, z) et de paramètre a :

$$\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$$

❑ **Exercice 5 :** Déterminer l'inverse de $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

❑ **Exercice 6 :** Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que les points d'affixes j, z, jz soient alignés.

❑ **Exercice 7 :** Résoudre dans $\mathbb{C}$: $(z^2-1)^3 = -8z^3$.

❑ **Exercice 8 :** Montrer que : $\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^n = \mathrm{o}\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$.

❑ **Exercice 9 :** Soit $f(x) = (\cos x)^{\frac{1}{x}}$ pour $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[\setminus \{0\}$.

1. Déterminer un DL de f en 0 à l'ordre 2.
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.
3. Étudier la dérivabilité du prolongement de f.

❑ **Exercice 10 :** Étudier l'asymptote oblique de la courbe de $f : x \mapsto \sqrt[3]{x^2(x-2)}$.

Préciser les positions relatives de la courbe avec cette asymptote.