

Séries numériques

Une seule réponse exacte par question.

- 1] Combien vaut la somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n}$?
- a $\frac{3}{2}$
 b $\frac{1}{2}$
 c $\frac{3}{4}$
 d $\frac{1}{4}$
- 2] Pour quelles valeurs de $a > 0$ la série $\sum_{n \geq 0} \frac{\text{sh } n}{a^n}$ est-elle convergente ?
- a toutes
 b $a \geq 1$
 c $a > 1$
 d $a > e$
- 3] Soit (u_n) une suite strictement positive telle que $\sum \ln(u_n)$ converge. Quelle série n'est pas nécessairement convergente ?
- a $\sum u_n$
 c $\sum \frac{u_n}{2^n}$
 b $\sum e^{-nu_n}$
 d $\sum (u_{n+1} - u_n)$
- 4] Soit $\alpha > 0$ et pour tout $n \geq 1$, $u_n = \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) - 1$. La série $\sum_{n \geq 1} u_n$ converge si, et seulement si
- a $\alpha > 1$
 b $\alpha > \frac{1}{2}$
 c $\alpha \geq \frac{1}{2}$
 d $\alpha > 2$
- 5] Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle telle que la série $\sum u_n$ converge. Laquelle des hypothèses suivantes sur la suite réelle $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ permet de dire que la série $\sum v_n$ converge aussi ?
- a $u_n \sim v_n$
 c $n^2 v_n = o(u_n)$
 b $v_n = o(u_n)$
 d $\forall n, v_n \leq u_n$
- 6] A laquelle des séries suivantes ne peut-on pas appliquer le critère spécial de convergence des séries alternées ?
- a $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$
 c $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n + (-1)^n}}$
 b $\sum_{n \geq 0} (-1)^n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$
 d $\sum_{n \geq 1} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$
- 7] Laquelle des hypothèses suivantes sur la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ permet d'affirmer que $\sum u_n$ converge ?
- a $u_n \sim \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$
 c $u_n = O\left(\frac{n^2}{2^n}\right)$
 b $u_{n+1} - u_n$ tend vers 0
 d $u_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$

8 Pour laquelle des séries suivantes sait-on facilement calculer la somme ?

a $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^3}$

c $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n^2 + 1}$

b $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$

d $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{2^n + 1}$

9 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite qui converge vers 0. Alors $\sum_{n=0}^{+\infty} (u_n - 2u_{n+1} + u_{n+2})$ vaut

a u_0

b $u_0 - u_1$

c $u_0 - 2u_1 + u_2$

d l'hypothèse ne suffit pas pour dire que la série proposée converge.

10 Combien vaut $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n n!}$?

a $\frac{e}{2}$

b \sqrt{e}

c $\frac{1}{\sqrt{e}}$

d e^2

11 Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs. Quelle condition est suffisante pour garantir que cette série converge ?

a $u_n \leq \frac{1}{n}$

b $u_n^2 \leq \frac{1}{n}$

c $\sqrt{u_n} \leq \frac{1}{n}$

d $e^{u_n} \leq \frac{1}{n}$

12 Pour laquelle des séries suivantes le critère de d'Alembert permet-il de montrer la convergence ?

a $\sum \frac{1}{n \ln^2 n}$

b $\sum \frac{n}{2^n}$

c $\sum \frac{\sin n}{n}$

d $\sum \frac{1}{n^2}$

13 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle, A la propriété « $\sum u_n$ converge » et B la propriété « $\sum u_n^2$ converge ». Alors

a $A \implies B$

b $B \implies A$

c $A \iff B$

d il n'y a pas d'implication entre A et B.

14 Je suis une série qui converge grâce au critère spécial de convergence des séries alternées, mais je ne suis pas absolument convergente. Qui suis-je ?

a $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$

c $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$

b $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$

d $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n \sin n}{n}$

15 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite à valeurs positives. Quel lien logique y a-t-il entre les propositions

A : « $\sum u_n$ converge » et B : « $u_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ » ?

a $\square A \implies B$

b $\square B \implies A$

c $\square A \iff B$

d \square il n'y a pas d'implication entre A et B.

16 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels. Quelle condition est suffisante pour que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?

a $\square \sum \sin u_n$ converge

b $\square \sum \frac{u_n}{2^n}$ converge

c $\square \sum |u_{n+1} - u_n|$ converge

d $\square \sum u_{2n}$ converge