

Déterminant

Une seule réponse exacte par question.

- 1 Si $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, alors $\det(nB)$ est égal à
- a $n \det(B)$
 b $n! \det(B)$
 c $n^n \det(B)$
 d $\det(B)^n$
- 2 Le déterminant de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & y \\ 3 & 2 & z \end{pmatrix}$ est égal à
- a $x + y + z$
 b $x - y + z$
 c $x - y - z$
 d $x + y - z$
- 3 Soit $M \in \mathcal{M}_4(\mathbb{K})$ de déterminant -1 .
Laquelle des matrices suivantes n'a pas le même déterminant que A ?
- a A^T
 b A^{-1}
 c $-A$
 d A^2
- 4 Soient A, B deux matrices inversibles de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $C = ABA^{-1}B^{-1}$. Le déterminant de C
- a vaut 1 car $C = I_n$
 c vaut toujours 1
 b ne vaut 1 que si A et B commutent
 d ne peut être calculé en général
- 5 Dans l'espace des polynômes réels de degré $\leq n$, quel est le déterminant de l'application linéaire $P \mapsto P'$?
- a 0
 b 1
 c $n!$
 d $(n+1)!$
- 6 Pour quelles valeurs du réel a la matrice $\begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{pmatrix}$ est-elle inversible?
- a pour $a \neq 0$
 c pour $a \neq 0$ et $a \neq -2$
 b pour $a \neq 0$ et $a \neq -1$
 d pour $a \neq 0$ et $a \neq -3$
- 7 Pour calculer le déterminant de $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & -7 & 0 \\ 1 & 2 & 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, quelle méthode est la plus efficace?
- a le pivot de Gauß
 c le développement suivant la première colonne
 b le développement suivant la première ligne
 d le calcul du déterminant de l'endomorphisme associé

8] Combien vaut le déterminant de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & -1 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$?

- (a) -2 (b) 0 (c) 1 (d) 48

9] Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ une base d'un espace vectoriel E et x un vecteur de E . Dans la base \mathcal{B} , la coordonnée de x selon le vecteur e_1 vaut :

- (a) $\det_{\mathcal{B}}(e_1, x, x, \dots, x)$ (c) $\det_{\mathcal{B}}(x, e_2, \dots, e_n)$
 (b) $\det_{\mathcal{B}}(e_1, e_2 + x, e_3 + x, \dots, e_n + x)$ (d) $\det_{\mathcal{B}}(x + e_1, e_2, \dots, e_n)$

10] Soient C_1, \dots, C_n des vecteurs colonnes de \mathbb{K}^n . On suppose que

$$\det(\text{Mat}(C_1, C_2, C_3, \dots, C_n)) = \det(\text{Mat}(C_2, C_1, C_3, \dots, C_n))$$

Alors on peut en déduire que :

- (a) $C_1 = C_2$ (c) (C_1, C_2) est liée
 (b) $C_1 = 0$ ou $C_2 = 0$ (d) $(C_1, C_2, C_3, \dots, C_n)$ est liée

11] Soit E un espace vectoriel de dimension n , \mathcal{B} une base de E et $(x_1, \dots, x_n), (y_1, \dots, y_n)$ deux familles de n vecteurs de E . Lorsqu'on développe complètement $\det_{\mathcal{B}}(x_1+y_1, x_2+y_2, \dots, x_n+y_n)$ par multilinéarité, on obtient

- (a) 2 termes (b) $2n$ termes (c) n^2 termes (d) 2^n termes

12] Soit n un entier pair et $A = \text{Mat}(C_1, C_2, C_3, \dots, C_n)$.

On construit la matrice $B = \text{Mat}(C_n, C_{n-1}, \dots, C_2, C_1)$ en réordonnant les colonnes de A . Quelle relation y a-t-il entre les déterminants de A et de B ?

- (a) $\det A = \det B$ (c) $\det A = (-1)^n \det B$
 (b) $\det A = -\det B$ (d) $\det A = (-1)^{\frac{n}{2}} \det B$

13] La fonction $x \mapsto \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

- (a) est un polynôme de degré 3 (c) est un polynôme de degré 1
 (b) est un polynôme de degré 2 (d) n'est pas un polynôme