

Dénombrements

Une seule réponse exacte par question.

- 1] Le nombre d'entiers entre 1 et 60 qui ont la propriété d'être pairs ou d'être divisibles par 3 est
- (a) 20 (b) 30 (c) 40 (d) 50
- 2] Combien y a-t-il de couples (a, b) dans $\llbracket 0, 10 \rrbracket^2$ tels que $a + b = 10$?
- (a) 2 (b) 10 (c) 11 (d) 22
- 3] Le nombre de mots de 3 lettres distinctes qu'on peut écrire avec les 26 lettres de l'alphabet est
- (a) $\binom{26}{3}$ (b) $3 \binom{26}{3}$ (c) $26 \times 25 \times 24$ (d) $26^3 - 26$
- 4] Soit $n \in \mathbb{N}$. Le nombre de bijections de $\{0, \dots, n\}$ sur lui-même est
- (a) $n!$ (b) $(n + 1)!$ (c) n^n (d) $(n + 1)^{n+1}$
- 5] Quel est le cardinal de $\{0, \dots, 10\}^2 \setminus \{(k, k), k \in \{0, \dots, 10\}\}$?
- (a) 10 (b) 89 (c) 90 (d) 110
- 6] Soit $n \geq 1$. La somme $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$ vaut
- (a) 0 (b) 1 (c) 2^n (d) $n!$
- 7] Pour $1 \leq k \leq n$, l'entier $k \binom{n}{k}$ est égal à
- (a) $n \binom{n-1}{k-1}$ (b) $n \binom{n-1}{k}$ (c) $n \binom{n-1}{k}$ (d) $n \binom{n}{k-1}$
- 8] Le nombre de mots de 5 lettres qu'on peut écrire avec les 26 lettres de l'alphabet est
- (a) 26^5 (c) $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22$
 (b) 5^{26} (d) $\binom{26}{5}$

9 Le nombre de parties de $\{1, 2, \dots, n\}$ qui ne contiennent pas 1 est :

- a $\square 2^n - 1$
 b $\square 2^{n-1}$
 c $\square 2^n - n$
 d $\square \binom{n}{n-1}$

10 Si E est un ensemble fini de cardinal n , le nombre d'applications de E dans $\mathcal{P}(E)$ est

- a $\square 2^{2^n}$
 b $\square 2^{2^n}$
 c $\square n^{2^n}$
 d $\square n^{n^2}$

11 Combien y a-t-il de n -uplets (x_1, x_2, \dots, x_n) d'entiers entre 1 et 10 qui contiennent au moins un nombre pair ?

- a $\square \frac{10^n}{2}$
 b $\square 10^n - 5^n$
 c $\square \frac{10^n}{5^n} = 2^n$
 d $\square n^{10} - n^5$

12 Si E est un ensemble fini de cardinal n , le nombre d'applications de E^2 dans E est

- a $\square n^3$
 b $\square n^{2n}$
 c $\square n^{n^2}$
 d $\square n^n$

13 Soit $n \geq 2$. Combien y a-t-il d'entiers k tels que $\frac{n}{2} \leq k \leq n$?

- a $\square \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$
 b $\square \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$
 c $\square \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor + 1$
 d $\square \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \frac{1}{2}$

14 Soit $n \in \mathbb{N}$ et x un réel. Combien vaut $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{2k+1}$?

- a $\square (1+x)^{2n+1}$
 b $\square x(1+x^2)^n$
 c $\square (1+x^{2+\frac{1}{k}})^n$

15 Pour $p \in \mathbb{N}$, que vaut $\binom{p+3}{p} + \binom{p+3}{p+1}$?

- a $\square \binom{p+3}{p+2}$
 b $\square \binom{p+4}{p+1}$
 c $\square \binom{p+4}{p}$
 d $\square \binom{p+4}{2p+1}$

16 Pour tout $n \geq 1$, la somme $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ est égale à

- a $\square \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$
 b $\square \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$
 c $\square \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
 d $\square \frac{n(n+1)}{2}$

17 Le nombre de « suites » strictement croissantes formées de 5 entiers choisis dans l'ensemble $\{1, 2, \dots, 10\}$ est

a $\frac{10!}{5!}$

b $\binom{10}{5}$

c 10^5

d $5!$

18 Quel est le nombre de couples (a, b) de \mathbb{Z}^2 tels que $\max(|a|, |b|) \leq n$?

a $2n$

b $4n + 2$

c $(2n)^2$

d $(2n + 1)^2$

19 Soit n, p dans \mathbb{N}^* . Lorsque f est une application de $\{1, 2, \dots, n\}$ dans $\{1, 2, \dots, p\}$, à partir de quelle valeur de n est-on en mesure d'affirmer qu'un des éléments de $\{1, 2, \dots, p\}$ admet au moins trois antécédents ?

a $n \geq 3$

b $n \geq p + 3$

c $n \geq 2p + 1$

d $n \geq 3p$

20 Soit E un ensemble de cardinal n et A une partie de E de cardinal m . Soit p compris entre m et n . Combien y a-t-il de parties de E de cardinal p qui contiennent A ?

a $\binom{n}{p} - \binom{n-m}{p}$

c $\binom{m}{p-m}$

b $\binom{n}{p-m}$

d $\binom{n-m}{p-m}$