

Ensembles

- 1 a Donner le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2x - 3}{(x + 4)\sqrt{x^2 - 4}}$.

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; -4[\cup]-4; -2[\cup]2; +\infty[.$$

- b Résoudre $f(x) \geq 0$.

$$\mathcal{D}_f =]-4; -2[\cup]3; +\infty[.$$

- 2 Soit $f : E \mapsto F$ une application entre deux ensembles.

Compléter :

- a Pour tout $A \subset E$.

$$f(A) = \{y \in F / \exists x \in A, y = f(x)\}.$$

- b f est surjective sur F si, et seulement si $f(E) = F$.

- 3 À l'aide d'un exemple de votre cru, compléter :

$$f : \mathbb{R}_+ \longmapsto \mathbb{R} \text{ est injective sur } \mathbb{R}_+ \text{ mais non surjective sur } \mathbb{R}.$$

$$x \qquad e^x$$

- 4 Soit $f : [0; 2\pi] \longmapsto \mathbb{R}$, la fonction cos RESTREINTE à l'intervalle $[0; 2\pi]$.
- $$x \qquad \cos(x)$$

Déterminer :

a $f([0; 2\pi]) = [-1; 1].$

c $f^{-1}(\mathbb{R}) = [0; 2\pi].$

b $f([\pi; 2\pi]) = [-1; 1].$

d $f^{-1}\left(\left\{-\frac{1}{2}\right\}\right) = \left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right\}.$

Ensembles

- 1 a Donner le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 - x - 6}{x\sqrt{25 - x^2}}$.

$$\mathcal{D}_f =]-5; 0[\cup]0; 5[.$$

- b Résoudre $f(x) \geq 0$.

$$\mathcal{D}_f = [-2; 0[\cup]3; 5[.$$

- 2 Soit $f : E \mapsto F$ une application entre deux ensembles.

Compléter :

- a Pour tout $B \subset F$.

$$f^{-1}(B) = \{x \in E / f(x) \in B\}.$$

- b f est injective sur E si, et seulement si $\forall (x; y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$.

- 3 À l'aide d'un exemple de votre cru, compléter :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R}_+ \\ x & & x^2 \end{array} \text{ est surjective sur } \mathbb{R}_+ \text{ mais non injective sur } \mathbb{R}.$$

- 4 Soit $f : \begin{array}{ccc} [0; 2\pi] & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & & \sin(x) \end{array}$, la fonction sin RESTREINTE à l'intervalle $[0; 2\pi]$.

Déterminer :

a $f([0; 2\pi]) = [-1; 1].$

c $f^{-1}(\mathbb{R}) = [0; 2\pi].$

b $f([\pi; 2\pi]) = [-1; 0].$

d $f^{-1}\left(\left\{-\frac{1}{2}\right\}\right) = \left\{\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}.$