<p>Programme de kolles Logique, raisonnement et fonctions réelles</p>

Valable pour les semaines 1 et 2

Logique et raisonnement

1. Valeur de vérité d'une assertion, négation, connecteurs logiques ET et OU.
2. Lois de Morgan, propriétés des connecteurs logiques (commutativité, associativité, distributivité).
3. Implication, contraposée, réciproque, équivalence.
4. Prédicats, quantificateurs universel et existentiel.

Il faut être capables de traduire un énoncé en français en une assertion mathématique et réciproquement.

5. Non commutativité et négation des quantificateurs.
6. Méthodes de raisonnements :
 - par raisonnement direct,
 - contraposée,
 - disjonctions de cas,
 - double implications,
 - raisonnement par analyse-synthèse.
7. Démonstration par récurrence, simple, double ou forte.

Ensembles

1. Ensembles : A partir de l'appartenance, définition de l'inclusion et de l'égalité de deux ensembles.
L'inclusion est réflexive, transitive et antisymétrique.
2. Définition d'une partie d'un ensemble E et de l'ensemble des parties de E , noté $\mathcal{P}(E)$.
3. Intersection et union : définition, commutativité, associativité. Ensembles disjoints.
4. Complémentaire $\bar{A}$, différence de deux ensembles. Propriétés (lois de Morgan...).
5. Produit cartésien d'ensembles.
6. Applications : définition, image, antécédent, graphe.
7. Composition, restriction, prolongement.
8. Image directe, image réciproque. Image directe et réciproque de l'union, de l'intersection.

Questions de cours

Chaque étudiant sera interrogé sur l'une des démonstrations suivantes :

- Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel
- Montrer que $\forall f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), \exists!(g, h) \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), g$ paire, h impaire, tel que $f = g + h$.
- Image directe et réciproque de l'union et de l'intersection.

L'examineur reste seul maître de l'interrogation orale et peut demander des éclaircissements et compléments en accord avec le programme

Logique ≠ Raisonnement

Exercice 1 : Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Traduire en termes de quantificateurs les expressions suivantes :

1 f est majorée ; 2 f est bornée ; 3 f est paire ; 4 f est impaire ; 5 f ne s'annule jamais ; 6 f est strictement décroissante ;	7 f est croissante ; 8 f est la fonction nulle ; 9 f n'a jamais les mêmes valeurs en deux points distincts ; 10 f est inférieure à g ; 11 f atteint toutes les valeurs de $\mathbb{N}$.

Exercice 2 : En utilisant convenablement les quantificateurs, énoncer le théorème des valeurs intermédiaires appliqué aux fonctions strictement monotones.

Exercice 3 : Soient les nombres réels $x_1, x_2, \dots, x_n$. Traduire en langage formalisé les phrases suivantes :

1 Les x_i sont tous nuls 2 L'un des x_i est nul 3 Les x_i sont non tous nuls 4 Les x_i sont tous non nuls	5 Les x_i sont égaux 6 2 au moins parmi les x_i sont égaux 7 2 au moins parmi les x_i sont distincts 8 Les x_i sont tous distincts

Exercice 4 : Soit f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Nier, de la manière la plus précise possible, les énoncés qui suivent :

- 1 Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \leq 1$.
- 2 L'application f est croissante.
- 3 L'application f est croissante et positive.
- 4 Il existe $x \in \mathbb{R}_+$ tel que $f(x) \leq 0$.
- 5 Il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que quel que soit $y \in \mathbb{R}$, si $x < y$ alors $f(x) > f(y)$.

Exercice 5 : Dans l' **exercice (3)** , quelles sont les assertions contraires l'une de l'autre ?

Exercice 6 : Compléter les phrases suivantes par « il faut », « il suffit », ou « il faut et il suffit » pour obtenir des affirmations correctes, puis écrire ces phrases à l'aide d'implications ou d'équivalences.

- 1 $x \in \mathbb{R}$, pour que $x > 4, \dots \dots \dots$ que $x \geq 4$.
- 2 $x \in \mathbb{R}$, pour que $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ soit définique x soit différent de 3 .
- 3 Soit $u_n > 2^n$, pour que $u_n > 1000 \dots \dots \dots 2^n > 1000$.
- 4 Pour être divisible par 6 qu'un nombre soit divisible par 3.

Exercice 7 :

- 1 Montrer que les assertions $(\mathcal{P} \vee \mathcal{Q})$ et $(\neg \mathcal{P} \implies \mathcal{Q})$ sont équivalentes.
- 2 **Application :** Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \max \{x^2, (x-2)^2\} \geq 1$.

Exercice 8 :

- 1 Déterminer les solutions réelles de l'équation $\sqrt{x+6} = x$.
- 2 Montrer qu'il existe un unique réel x tel que $\sqrt{x-2} = \sqrt{2x-1}$.
- 3 Résoudre dans $\mathbb{N}$, l'équation $x(x+1)(2x+1) = 84$.

Exercice 9 : Montrer, par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$, les propriétés suivantes :

- 1 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_0 = 1$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{3u_n}$.
Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, u_n est majorée par 3.
- 2 $\forall n \in \mathbb{N}$, $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
- 3 $\forall n \in \mathbb{N}$, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
- 4 $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$.
- 5 $\forall n \in \mathbb{N}$, $7^n - 1$ est divisible par 6.
- 6 $\forall n \geq 4$, $2^n \geq n^2$.
- 7 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_0 = 0$ et, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n + 3n(n+1)$.

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, u_n est un multiple de 6.

Exercice 10 : Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = u_1 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n.$$

Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n - 2^{n+1}$.

Exercice 11 : Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = u_n + \frac{2}{n+1}u_{n-1}.$$

Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leq u_n \leq n^2$.

Exercice 12 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle telle que $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sum_{k=0}^n u_k$.

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 2^{n-1}$.

Exercice 13 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence, $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = \frac{1}{n+1}(u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2).$$

Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1$.

Exercice 14 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle telle que $u_0 \geq 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq \sum_{k=0}^n u_k$.

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 2^n u_0$.

Ensembles

Exercice 1 : Montrer que les nombres suivants appartiennent à $\mathbb{Q}$.

1 $a = 8,313131\dots \in \mathbb{Q}$

4 $d = 0,142857142857\dots$

2 $b = 1,24242424\dots$

5 $e = 0,9999999999\dots$

3 $c = 123,32576576576576\dots$

Exercice 2 : Montrer que $\{x^2 + x + 1/x \in \mathbb{R}\} \subset \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

Exercice 3 : On considère les ensembles A et B définis respectivement par les propriétés P et Q ci dessous. Quelles sont les inclusions possibles ?

1 $P : y = x^2$ et $Q : y^2 = x^4$.

2 $R : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$ et $S : y^2 \leq 1-x^2$.

Exercice 4 : Montrer que les ensembles $A = \mathbb{R}_-$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / \forall y \in \mathbb{R}_+, y \geq x\}$ sont égaux.

Exercice 5 : Montrer que :

1 $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$

2 $\sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{3} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 6 :

1 $f : x \mapsto x e^x$ est-elle injective sur $\mathbb{R}$? Déterminer son image $f(\mathbb{R})$.

2 Déterminer $\text{Im } g$ pour $g : \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad x^2 \ln x$

Exercice 7 : Déterminer l'ensemble image de chacune des fonctions suivantes :

1 $g_1 : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad \sqrt{x}$

6 $g_6 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad \frac{1}{x^2 + 1}$

2 $g_2 : \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad \ln x$

7 $g_7 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad |x + 1|$

3 $g_3 : [0; \pi] \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad \cos x$

8 $g_8 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad |x + 2| + |x - 3|$

4 $g_4 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad x^2 + 3x + 5$

9 $g_9 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad |x + 2| - |x - 3|$

5 $g_5 : \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad \frac{2x - 1}{x - 1}$

10 $g_{10} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \qquad \qquad x + \cos x$

Exercice 8 : Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2$.

Déterminer les images directe et réciproque des parties suivantes :

1 $\mathbb{R}$.

3 $\{3\}$.

5 $[-2; 0[$.

7 $] -4; -2[\cup [1; 3]$.

2 $\mathbb{R}_+$.

4 $\{-7\}$.

6 $[-1; 4]$.

Exercice 9 : Soit f une application sur un ensemble E.

- 1 Montrer que f est injective si, et seulement si pour toute partie A de E , $f(\mathbb{C}_E A) \subset \mathbb{C}_E f(A)$.
- 2 Montrer que f est surjective si, et seulement si pour toute partie A de E , $\mathbb{C}_E f(A) \subset f(\mathbb{C}_E A)$.
- 3 Cas d'égalité ?

Exercice 10 : Soit f une fonction de domaine de définition $\mathcal{D}_f$.

Exprimer celui de e^f , $\sqrt{f}$ et $\ln(f)$ en fonction de $\mathcal{D}_f$.

Exercice 11 : Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E .

Montrer que $A \cap B = A \iff A \subset B$.

Exercice 12 : Montrer que l'inclusion $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ est une égalité si, et seulement si f est injective.

Exercice 13 : Soient A , B et C des ensembles. Montrer par la contraposition les deux propositions suivantes :

- 1 $A \cap B = A \cup B \implies A = B$.
- 2 $(A \cap B = A \cap C)$ et $(A \cup B = A \cup C) \implies B = C$.

Exercice 14 : Que dire de deux ensembles A et B tels que $A \cap B = A \cup B$?

Exercice 15 : Soient A , B , C trois ensembles.

Montrer que $A \cap C = A \cup B \iff B \subset A \subset C$.

Exercice 16 : Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E .

Montrer que $\mathbb{C}(A \cup B) = \mathbb{C}A \cap \mathbb{C}B$ et $\mathbb{C}(A \cap B) = \mathbb{C}A \cup \mathbb{C}B$.

Exercice 17 : Montrer par contraposition les assertions suivantes, E étant un ensemble :

- 1 $\forall A, B \in \mathcal{P}(E) \quad (A \cap B = A \cup B) \implies A = B$,
- 2 $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(E) \quad (A \cap B = A \cap C \text{ et } A \cup B = A \cup C) \implies B = C$.

Exercice 18 : Montrer que si F et G sont des sous-ensembles de E :

$$(F \subset G \iff F \cup G = G) \quad \text{et} \quad (F \subset G \iff \mathbb{C}_E F \cup G = E).$$

En déduire que :

$$(F \subset G \iff F \cap G = F) \quad \text{et} \quad (F \subset G \iff F \cap \mathbb{C}_E G = \emptyset).$$

Exercice 19 : Soient E et F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application.

Démontrer que $\forall A \in \mathcal{P}(F), \quad f^{-1}(F \setminus A) = E \setminus f^{-1}(A)$ i.e. $f^{-1}(\mathbb{C}_F A) = \mathbb{C}_E(f^{-1}(A))$.

Exercice 20 : Montrer que la différence symétrique est associative.

Exercice 21 : Soient $(A_i)_{i \in I}$ une partition d'un ensemble E et $B \subset E$ un sous-ensemble non-vide de E .

Montrer que $(B \cap A_i)_{i \in I}$ forme une partition de B .

Exercice 22 : Soient E un ensemble, $n \geq 1$ un entier et $A_1, \dots, A_n$ des parties de E telles que :

- $A_1 = \emptyset$
- $A_n = E$.
- $A_1 \subsetneq A_2 \subsetneq \dots \subsetneq A_n$.

On pose, $\forall k \in \llbracket 1; n-1 \rrbracket, B_k = A_{k+1} \setminus A_k$.

Montrer que $(B_k)_{1 \leq k \leq n-1}$ forme une partition de E .

Fiche I – Calcul Littéral

I UN PEU DE CALCUL NUMÉRIQUE, C'EST TOUJOURS BON À PRENDRE

Écrire sous la forme d'une fraction irréductible :

1 $\frac{280}{49}$

2 $\frac{5}{12} - \frac{1}{15}$

3 $\frac{3}{14} - \frac{1}{21}$

4 $\frac{6}{35}$

5 $\frac{6}{35}$

6 $\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{4}\right) - \left(\frac{21}{15} - 1 + \frac{2}{3}\right)$

7 $\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{3}}{\frac{5}{18} - \frac{1}{27}}$

Simplifier au maximum les expressions suivantes (on écrira les résultats sans racine carrée au dénominateur) :

1 $\frac{12^5}{3^{42} 11}$

2 $\frac{15^2 \times 5^{-2} \times 7^3 \times 6 \times 2^{-5}}{10^2 \times 21 \times 5^{-3} \times (3^{-2})^3}$

3 $(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)$

4 $\sqrt{6} \times \sqrt{14} \times \sqrt{7}$

5 $\sqrt{\frac{5}{2}} + 3\sqrt{\frac{20}{18}} - \sqrt{\frac{45}{32}}$

6 $\frac{3^{n+1} - 1}{2} + 3 \times \frac{3^n - 1}{2}$

7 $\frac{3}{\sqrt{3} - 2}$

II LE CALCUL LITTÉRAL EN MATHÉMATIQUES

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes selon les puissances décroissantes de x .

1 $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^3$

2 $(x - 1)^3 (x^2 + x + 1)$

6 $(2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$

7 $\left((x + 1)^2 (x - 1) (x^2 - x + 1) + 1\right) x - x^6 - x^5 + 2$

8 $(x + 1) (x - 1)^2 - 2(x^2 + x + 1)$

9 $(x^2 + \sqrt{2}x + 1) (1 - \sqrt{2}x + x^2)$

10 $(x^2 + x + 1)^2$

3 $(x + 1)^2 (x - 1) (x^2 - x + 1)$

4 $(x - 1)^2 (x + 1) (x^2 + x + 1)$

5 $(x^2 + x + 1) (x^2 - x + 1)$

Factoriser les expressions polynomiales suivantes :

1 $-(6x + 7)(6x - 1) + 36x^2 - 49$

2 $25 - (10x + 3)^2$

3 $(6x - 8)(4x - 5) + 36x^2 - 64$

4 $(-9x - 8)(8x + 8) + 64x^2 - 64$

5 $x^2 - 2x + 1$

6 $x^2 + 4x + 4$

7 $x^2 + 3x + 2$

8 $3x^2 + 7x + 1$

9 $2x^2 + 3x - 28$

10 $-5x^2 + 6x - 1$

11 $(x + y)^2 - z^2$

12 $x^2 + 6xy + 9y^2 - 169x^2$

13 $xy + x + y + 1$

14 $xy - x - y + 1$

15 $x^3 + x^2y + 2x^2 + 2xy + x + y$

16 $y^2 (a^2 + b^2) + 16x^4 (-a^2 - b^2)$

17 $x^4 - 1$

19 $x^4 + x^2 + 1$

18 $(-9x^2 + 24)(8x^2 + 8) + 64x^4 - 64$

20 $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

21 $(ap + bq + cr + ds)^2 + (aq - bp - cs + dr)^2 + (ar + bs - cp - dq)^2 + (as - br + cq - dp)^2$

III ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Résoudre mentalement les équations suivantes. *Les racines évidentes sont à chercher parmi 0, 1, -1, 2, -2 ainsi éventuellement que 3 et -3.*

1 $x^2 - 6x + 9 = 0$

9 $3x^2 - 11x + 8 = 0$

2 $9x^2 + 6x + 1 = 0$

10 $5x^2 + 24x + 19 = 0$

3 $x^2 + 4x - 12 = 0$

11 $x^2 - 13x + 42 = 0$

4 $x^2 - 5x + 6 = 0$

12 $x^2 + 8x + 15 = 0$

5 $x^2 - 5x = 0$

13 $x^2 + 18x + 77 = 0$

6 $2x^2 + 3x = 0$

14 $x^2 - 8x - 33 = 0$

7 $2x^2 + 3 = 0$

15 $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

8 $x^2 + 4x - 5 = 0$

16 $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$

17 $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$

18 $a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$

19 $(x + a)(x + b) = (m + a)(m + b)$

20 $(b - c)x^2 + (c - a)mx + (a - b)m^2 = 0$

21 $\frac{x}{a} + \frac{b}{x} = \frac{m}{a} + \frac{b}{m}$

22 $\frac{1}{x - a} + \frac{1}{x - b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Déterminer la valeur à donner à m pour que les équations suivantes admettent une racine double, et préciser la valeur de la racine dans ce cas.

1 $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$

2 $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$

3 $(m + 3)x^2 + 2(3m + 1)x + (m + 3) = 0$

Déterminer de tête les valeurs des paramètres a et b pour que les égalités suivantes soient vraies pour tout x .

1 $2x^2 + 7x + 6 = (x + 2)(ax + b)$

2 $-4x^2 + 4x - 1 = (2x - 1)(ax + b)$

3 $-3x^2 + 14x - 15 = (x - 3)(ax + b)$

4 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{2}x - 40 = (x - 5)(ax + b)$

5 $x^2 + 2\sqrt{7}x - 21 = (x - \sqrt{7})(ax + b)$

IV DÉRIVATION

Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

1 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (x^2 + 3x + 2)(2x - 5)$.	13 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \sin\left(\frac{2x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$.
2 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (x^3 + 3x + 2)(x^2 - 5)$.	14 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \cos\left(\frac{2x + 1}{x^2 + 4}\right)$.
3 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (x^2 - 2x + 6) \exp(2x)$.	15 $x \in]0, \pi[$ et $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$.
4 $x \in]2, +\infty[$ et $f(x) = (3x^2 - x) \ln(x - 2)$.	16 $x \in]0, +\infty[$ et $f(x) = \sin(\sqrt{x})$.
5 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (x^2 - 5x)^5$.	17 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2 \sin(x) + 3}$.
6 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (2x^3 + 4x - 1)^2$.	18 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \frac{\cos(2x + 1)}{x^2 + 1}$.
7 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (\sin(x) + 2 \cos(x))^2$.	19 $x \in]1, +\infty[$ et $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{\ln(x)}$.
8 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (3 \cos(x) - \sin(x))^3$.	20 $x \in \mathbb{R}^*$ et $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.
9 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.	21 $x \in]0, \pi[$ et $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$.
10 $x \in]1, +\infty[$ et $f(x) = \ln(\ln(x))$.	
11 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (2 - x) \exp(x^2 + x)$.	
12 $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \exp(3 \sin(2x))$.	

Calculer $f'(x)$ et écrire le résultat sous forme factorisée.

1 $x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -2\}$ et $f(x) = \frac{1}{3 - x} + \frac{1}{2 + x}$.
2 $x \in]-1, +\infty[$ et $f(x) = x^2 - \ln(x + 1)$.
3 $x \in]1, +\infty[$ et $f(x) = \ln(x^2 + x - 2) - \frac{x + 2}{x - 1}$.
4 $x \in]-1, +\infty[$ et $f(x) = \frac{x}{x + 1} + x - 2 \ln(x + 1)$.
5 $x \in]0, e[\cup]e, +\infty[$ et $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)}$.

V PRIMITIVES ET INTÉGRALES

Déterminer directement une primitive des expressions suivantes.

1 $\frac{1}{t + 1}$	3 $\frac{3}{(t + 2)^3}$
2 $\frac{3}{(t + 2)^2}$	4 $\sin(4t)$

Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

1 $\cos^2 t \sin t$	6 $\frac{\cos(\pi \ln t)}{t \cos t}$
2 $\cos(t) e^{\sin t}$	7 $\frac{1}{(1 - \sin t)^3}$
3 $\tan t$	8 $\frac{1}{1 + 4t^2}$
4 $\frac{\cos t}{1 - \sin t}$	9 $\frac{e^t}{1 + e^{2t}}$
5 $\frac{\sin \sqrt{t}}{\sqrt{t}}$	

On rappelle que si F est une primitive de f alors

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$$

Calculer les intégrales suivantes.

$$\boxed{1} \int_{-1}^3 2 dx$$

$$\boxed{2} \int_1^3 2x - 5 dx$$

$$\boxed{3} \int_{-2}^0 x^2 + x + 1 dx$$

$$\boxed{4} \int_{-1}^1 3x^5 - 5x^3 dx$$

$$\boxed{5} \int_0^1 x^5 - x^4 dx$$

$$\boxed{6} \int_1^{-1} x^{100} dx$$

$$\boxed{7} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$$

$$\boxed{8} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$$

$$\boxed{9} \int_1^2 \frac{dx}{x^2}$$

$$\boxed{10} \int_1^{100} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\boxed{11} \int_{-3}^2 e^x dx$$

$$\boxed{12} \int_{-3}^{-1} \frac{dx}{x}$$

$$\boxed{13} \int_{-1}^2 (2x + 1)^3 dx$$

$$\boxed{14} \int_{-2}^4 e^{\frac{1}{2}x+1} dx$$

$$\boxed{15} \int_0^1 \frac{dx}{\pi x + 2}$$

$$\boxed{16} \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x) dx$$

$$\boxed{17} \int_0^{33} \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$$

$$\boxed{18} \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) dx$$

$$\boxed{19} \int_1^3 \frac{x-2}{x^2-4x+5} dx$$

$$\boxed{20} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \sin(x^2 + 1) dx$$

$$\boxed{21} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$$

$$\boxed{22} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x (\cos x)^5 dx$$

$$\boxed{23} \int_0^1 x e^{x^2-1} dx$$

$$\boxed{24} \int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^4} dx$$