

Nom : .....

Prénom : .....

## Fonctions de référence

**Définition 1 (Logarithme népérien) :** On appelle fonction *logarithme népérien*, notée  $\ln$ ,  
 .....  

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad \ln(x) = \dots\dots\dots$$

**Exercice 1 :** Déterminer le plus grand entier naturel  $n$  tel que  $(1,05)^{-n} > 10^{-5}$ .  
 .....  
 .....

**Proposition 1 (Limites aux bornes) :**

1  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = \dots\dots\dots$ 
2  $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(x) = \dots\dots\dots$

**Théorème 2 (Croissance comparée) :** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ .

1  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = \dots\dots\dots$ 
2  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = \dots\dots\dots$

**Preuve :** On montre ce résultat seulement pour  $n = 1$  :

1 On étudie la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln(x) - \dots\dots\dots$   
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

2 On en déduit que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = \lim_{u = \dots\dots\dots} \dots\dots\dots$

Définition 2 (Exponentielle) : On appelle fonction *exponentielle népérienne* la .....

.....

.....

.....

En particulier, on en déduit le résultat extrêmement important :

(IV.1)

.....

**Théorème 3 :**

- L'exponentielle est ..... de ... dans .....
- $\exp(1) = \dots$

Pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$ , ..... =  $x$ .

**Théorème 4 :**

- 1 La fonction  $\exp$  est ..... croissante sur .....
- 2 La fonction  $\exp$  est ..... et on a :

$\forall x \in \mathbb{R}, (\exp)'(x) = \dots\dots\dots$  (IV.2)

Preuve :

1 .....  
 .....  
 .....

Donc  $\exp$  est ..... croissante sur .....

2 .....  
 .....  
 .....  
 .....

$$(\exp)'(x) = \dots = \dots = \dots$$



On considère  $f : x \mapsto f(x) = \frac{1}{\ln(1 - e^x)}$ .

1 Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .

.....  
.....  
.....  
.....

2 Déterminer et justifier rigoureusement  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3 Montrer rigoureusement que  $f$  est dérivable sur  $\mathcal{D}_f$  et donner l'expression de sa dérivée.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 Montrer que  $f$  établit une bijection de  $\mathcal{D}_f$  sur un ensemble que l'on ne demande pas de préciser.

.....

.....

.....

.....

.....

5 Donner l'expression de  $f^{-1}$  sur  $\mathbb{R}_+$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nom : .....

Prénom : .....

### Fonctions de référence

**Définition 1 (Logarithme népérien) :** On appelle fonction *logarithme népérien*, notée  $\ln$ ,  
 .....  

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad \ln(x) = \dots\dots\dots$$

**Exercice 1 :** Déterminer le plus grand entier naturel  $n$  tel que  $\left(\frac{1}{3}\right)^n \geq 10^{-7}$ .  
 .....  
 .....

**Proposition 1 (Limites aux bornes) :**

1  $\lim_{x \rightarrow e} \ln(x) = \dots$ 
2  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = \dots\dots\dots$

**Proposition 2 (Tangentes) :**

1  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \dots$ 
2  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = \dots$

Preuve : .....

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = \dots = \dots$

À partir de la limite précédente, on pose .....

D'où,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \dots\dots\dots$

Définition 2 (Exponentielle) : On appelle fonction *exponentielle népérienne* la .....

.....

.....

.....

En particulier, on en déduit le résultat extrêmement important :

(IV.1)

.....

**Théorème 3 :**

- L'exponentielle est ..... de ... dans .....
- ..... = 1.
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , ..... =  $x$ .

**Théorème 4 :**

- 1 La fonction exp est ..... croissante sur .....
- 2 La fonction exp est ..... et on a :

$\forall x \in \mathbb{R}, (\exp)'(x) = \dots\dots\dots$  (IV.2)

Preuve :

1 .....  
 .....  
 .....

Donc exp est ..... croissante sur .....

2 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

$$(\exp)'(x) = \dots = \dots = \dots$$



On considère  $f : x \mapsto f(x) = \ln \left( \frac{1 + e^x}{1 - e^x} \right)$ .

1 Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .

.....  
.....  
.....  
.....

2 Déterminer et justifier rigoureusement  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3 Montrer rigoureusement que  $f$  est dérivable sur  $\mathcal{D}_f$  et donner l'expression de sa dérivée.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4 Montrer que  $f$  établit une bijection de  $\mathcal{D}_f$  sur un ensemble que l'on ne demande pas de préciser.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5 Donner l'expression de  $f^{-1}$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....