

Fichiers Sommes-Produits a, B et c

EXERCICES FACILES :

Exercice 1 : Calculer $\sum_{1 \leq i, j \leq n} |i - j|$.

Exercice 2 : Calculer $\sum_{i=0}^n \sum_{j=i}^n \frac{i}{j+1}$.

Exercice 3 : Calculer $\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i + j)$.

Exercice 4 : Calculer $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$.

Exercice 5 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$.

Exercice 6 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$.

Exercice 7 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$.

Exercice 8 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\sum_{k=0}^n \frac{3^k + 4^k}{5^k}$.

Exercice 9 : Calculer $\prod_{1 \leq i < j \leq n} ij$.

EXERCICE DE DIFFICULTÉ MOYENNE :

Exercice 1 :

1 Vérifier que $\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.

2 Calculer pour $n \in \mathbb{N}^*, T_n = \prod_{k=1}^n 2^{\frac{1}{k(k+1)}}$.

Exercice 2 : Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n (k \times k!) = (n+1)! - 1$.

Exercice 3 : À l'aide d'un changement d'indices, calculer $\sum_{k=0}^n (k+1)^2$.

Exercice 4 : À l'aide d'un changement d'indices, calculer $\sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{2}{k}\right)$.

Exercice 5 : Calculer $\sum_{k=0}^n \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k}$.

Exercice 6 : Calculer $\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k}$.

EXERCICES PLUS ARDUS :

Exercice 1 : À l'aide d'un changement d'indices, calculer $\sum_{k=1}^n k2^k$.

Exercice 2 : Calculer $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \binom{i}{j}$.