Fichiers Fonctions-Reference-Eq a, b et c

Exercices faciles :

Exercice 1 : Résoudre l'inéquation : $\ln(2x+1)+\ln(x+3) \leqslant \ln 3$.

Correction : On résout sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

$\ln(2x+1)+\ln(x+3) \leqslant \ln 3 \iff (2x+1)(x+3) \leqslant 3 \iff x(2x+7) \leqslant 0$.

$\mathcal{S} = \left]-\frac{1}{2},0\right[$.

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{3}{2}$.
2. $\frac{2^x}{2^x+1} < \frac{1}{3}$.

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x \leqslant 3$.
2. $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x$

Exercice 4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $x^{\sqrt{2}} \leqslant \frac{1}{2}$.
2. $4^x - 6^x = 2 \times 9^x$.

Exercice 5 : Résoudre l'équation $2^{x+1} + 4^x = 15$.

Correction : $\mathcal{S} = \left\{\frac{\ln 3}{\ln 2}\right\}$.

Exercice de difficulté moyenne :

Exercice 1 : Résoudre l'équation $2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} &= 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1} \\
\frac{3}{2}2^{2x} &= \frac{4}{\sqrt{3}}3^x \\
\ln\frac{3}{2} + 2x\ln 2 &= \ln\frac{4}{\sqrt{3}} + x\ln 3 \\
x\ln\frac{4}{3} &= \ln\frac{8}{3\sqrt{3}}x \qquad = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(-x-2) = \ln\left(\frac{-x-11}{x+3}\right)$.

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x \leqslant 3$.

Exercice 4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^{\sqrt{2}} \leqslant \frac{1}{2}$.

Exercice 5 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x$.

Exercices plus ardus :

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} xy = a^2 \\ \ln^2(x) + \ln^2(y) = \dfrac{5}{2}\ln^2(a) \end{cases}$$

Exercice 2 : Résoudre l'équation $2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.

Correction : $$2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1} \iff \frac{3}{2}2^{2x} = \frac{4}{\sqrt{3}}3^x \quad .$$

$$\iff \ln\frac{3}{2} + 2x\ln 2 = \ln\frac{4}{\sqrt{3}} + x\ln 3 \iff x\ln\frac{4}{3} = \ln\frac{8}{3\sqrt{3}}$$

$$\iff x = \frac{3}{2}$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.