Nom : .... **Prénom :** ....

Fonctions circulaires

1 (a) La fonction arctan est continue sur .... et on a :

$$\lim_{x\to+\infty} \arctan(x) = \ldots \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty} \arctan(x) = \ldots\ldots.$$

(b) La fonction arctan est dérivable sur .... et on a :

$$\forall\, x \in \ldots,\ \arctan'(x) = \ldots\ldots\ldots.$$

En particulier, arctan est strictement ....

(c) La fonction arctan est ....

En particulier, la courbe représentative de tan admet deux .... d'équation .... et la première bissectrice comme ....

2 Compléter :

(a) $\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots\ldots$, $\arctan(\tan(x)) = \ldots$

(b) $\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots$, $\arcsin \ldots\ldots + \arccos \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$.

3 Sans se préoccuper du domaine de dérivabilité, déterminer et simplifier la fonction dérivée f' de f avec $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4 (a) Montrer que, $\forall\, k \in \mathbb{N}^*$, $\arctan\left(\dfrac{k}{k+1}\right) - \arctan\left(\dfrac{k-1}{k}\right) \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

(b) Pour $k \in \mathbb{N}^*$, simplifier $\arctan\left(\dfrac{k}{k+1}\right) - \arctan\left(\dfrac{k-1}{k}\right)$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

(c) En déduire la limite de la suite $(\mathrm{S}_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\mathrm{S}_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \arctan\left(\frac{1}{2k^2}\right)$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Nom : ....   **Prénom :** ....

Fonctions circulaires

1 (a) La fonction tan est ....

(b) La fonction tan est ...-périodique.

(c) La fonction tan est continue et dérivable sur tout intervalle de la forme .... où $k \in \mathbb{Z}$ et on a :

$$\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\ \tan'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots .$$

En particulier, la fonction tan est strictement .... sur tout intervalle de la forme ....

2 Compléter :

(a) $\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots\ldots,\ \tan(\arctan(x)) = \ldots$

(b) $\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots\ldots,\ \arctan \ldots\ldots + \arctan \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .$

3 Sans se préoccuper du domaine de dérivabilité, déterminer et simplifier la fonction dérivée f' de f avec $f(x) = \arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)$ avec $x > 0$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4 (a) Montrer que, $\forall\, k \in \mathbb{N}^*$, $\arctan\left(\dfrac{k}{k+1}\right) - \arctan\left(\dfrac{k-1}{k}\right) \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$.

(b) Pour $k \in \mathbb{N}^*$, simplifier $\arctan\left(\dfrac{k}{k+1}\right) - \arctan\left(\dfrac{k-1}{k}\right)$.

(c) En déduire la limite de la suite $(\mathrm{S}_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\mathrm{S}_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \arctan\left(\dfrac{1}{2k^2}\right)$.