

Programme de kolles Trigonométrie et complexes

Valable pour les semaines 7 et 8

Trigonométrie

- Définition géométrique du radian, du cosinus et du sinus. Définition de la fonction tangente comme le rapport du sinus par le cosinus. Ensemble de définition de la fonction tangente.
- Propriétés des fonctions cosinus, sinus et tangente : parité, périodicité, signe, dérivabilité, dérivées, variations.
- Valeurs particulières des fonctions trigonométriques. Les étudiants doivent être capables d'étendre les valeurs du premier quart de cercle au reste du cercle et de connaître (ou retrouver rapidement) les formules associées.
- Limites remarquables :

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{\sin(h)}{h} = 1, \quad \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{1 - \cos(h)}{h^2} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{\tan(h)}{h} = 1.$$

- Formulaire : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a + b)$, formules de linéarisation $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, cas où $a = b$, formules de factorisation $\cos(p) \pm \cos(q)$, $\sin(p) \pm \sin(q)$.
- Formules de l'angle moitié.
- Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.
- Forme polaire de $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ en donnant l'écriture $A \cos(\theta - \varphi)$.
- Les fonctions circulaires réciproques : arc sinus, arc cosinus, arctan, définition, parité (ou non), dérivation, limites aux bornes, asymptotes, tangentes en 0, graphes.

Nombres complexes

- Nombres complexes, propriétés élémentaires, partie réelle, imaginaire.
- Représentation graphique, plan complexe, affixe d'un point, d'un vecteur.
- Conjugaison, propriétés, interprétation graphique. Caractérisation des réels, des imaginaires purs par la conjugaison.
- Module d'un complexe, propriétés, $|\operatorname{Re}(z)| \leq |z|$, $|\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$.
- Module au carré d'une somme, inégalité triangulaire (inférieure et supérieure).
- Complexes de module 1, stabilité par produit, inverse/conjugué.
- Définition de l'exponentielle complexe sur les imaginaires purs uniquement, propriétés. Formules d'Euler, formule de Moivre, application à la factorisation par l'angle moitié.
- Argument d'un nombre complexe, forme polaire/trigonométrique, « unicité » de l'écriture. Propriétés de l'argument. Interprétation graphique avec l'angle entre deux vecteurs.

Questions de cours

Chaque étudiant sera interrogé sur l'une des démonstrations suivantes :

- La fonction arc tangente : définition, monotonie, continuité, dérivabilité et formule de la dérivée, parité, limites, tangente à l'origine.
Les étudiants doivent connaître parfaitement l'énoncé ; l'examineur pourra demander la démonstration d'une partie seulement ou de la totalité.
- Relation entre $\arctan(x)$ et $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.
- Démonstration de $|z + z'|^2 = \dots$ et de l'inégalité triangulaire supérieure.
- Démonstration de $\cos(p) + \cos(q) = \dots$ en passant par les complexes.
- Démonstration de la formule de Moivre.

L'examineur reste seul maître de l'interrogation orale et peut demander des éclaircissements et compléments en accord avec le programme