

DEVOIR EN TEMPS LIBRE N°5

A rendre pour le jeudi 2 mai 2024

On considère la fonction

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \cos(x)(2 - \cos(x)) \end{array}$$

1. Justifier qu'il suffit d'étudier f sur $[0; \pi]$. Comment obtient-on alors toute la courbe représentative de f ?
2. Dresser le tableau de variations complet de f sur $[0; \pi]$.
3. Démontrer que f réalise une bijection de $[0; \pi]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
4. Déterminer, en justifiant, un intervalle $J' \subset J$ sur lequel f^{-1} est dérivable.
On ne demande pas de calculer la dérivée de f^{-1} .
5. Dans cette question, on se donne $y \in J$.

(a) Résoudre l'équation d'inconnue X suivante :

$$2X - X^2 = y$$

Laquelle des solutions appartient à $[-1; 1]$?

- (b) Conclure quant à l'expression de $f^{-1}(y)$ au moyen d'un arc cosinus.
6. Tracer dans un même repère orthonormé les courbes représentatives de f (restreinte à $[0; \pi]$) et de f^{-1} .

On prendra 2 cm pour 1 unité et on pourra utiliser l'approximation $\pi \simeq 3,1$.