Primitives et calculs d'intégrales

Exercice 1 : Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes.

(Ne pas se soucier ici des intervalles de primitivation.)

1. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x-3}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int^x -2\sin(2x)\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int^x \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int^x xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int^x -\sqrt{\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x$
7. $\displaystyle\int^x \mathrm{e}^{\cos(x)}\sin(x)\,\mathrm{d}x$
8. $\displaystyle\int^x \mathrm{e}^{3x}\sqrt{1+\mathrm{e}^{3x}}\,\mathrm{d}x$
9. $\displaystyle\int^x x(x^2+3)^{4/3}\,\mathrm{d}x$
10. $\displaystyle\int^x \sqrt[5]{x}\,\mathrm{d}x$
11. $\displaystyle\int^x \tan^2(x)\,\mathrm{d}x$
12. $\displaystyle\int^x \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\,\mathrm{d}x$
13. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{e}^x}{(1+2e^x)^{3/2}}\,\mathrm{d}x$
14. $\displaystyle\int^x \frac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x$
15. $\displaystyle\int^x 4x^2-5x+\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$
16. $\displaystyle\int^x x(2x^2+1)^4\,\mathrm{d}x$
17. $\displaystyle\int^x \frac{5^{x+1}}{3^x}\,\mathrm{d}x$
18. $\displaystyle\int^x (2\cos(x)+1)^2\sin(x)\,\mathrm{d}x$
19. $\displaystyle\int^x \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$
20. $\displaystyle\int^x \frac{\sin(x)}{\cos^3(x)}\,\mathrm{d}x$
21. $\displaystyle\int^x 2x(x^2+1)^3\,\mathrm{d}x$
22. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x\ln(x)}\,\mathrm{d}x$
23. $\displaystyle\int^x \frac{2x+1}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x$
24. $\displaystyle\int^x \frac{1}{(1+x)^2}\,\mathrm{d}x$
25. $\displaystyle\int^x \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}\,\mathrm{d}x$
26. $\displaystyle\int^x \frac{x}{(1+x^2)^4}\,\mathrm{d}x$
27. $\displaystyle\int^x \sin(x)\cos(x)\,\mathrm{d}x$
28. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$
29. $\displaystyle\int^x \frac{\sin(x)}{\sqrt{\cos(x)+2}}\,\mathrm{d}x$
30. $\displaystyle\int^x \frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$
31. $\displaystyle\int^x \cos^2(x)\sin^3(x)\,\mathrm{d}x$
32. $\displaystyle\int^x \cos(3x)\,\mathrm{d}x$
33. $\displaystyle\int^x \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2}\,\mathrm{d}x$
34. $\displaystyle\int^x (x-9)^3\,\mathrm{d}x$
35. $\displaystyle\int^x \frac{\cos(x)}{\sqrt{2+\sin(x)}}\,\mathrm{d}x$
36. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x}\left(1+\frac{1}{x}\right)^4\,\mathrm{d}x$
37. $\displaystyle\int^x \frac{(1+\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$
38. $\displaystyle\int^x \frac{1}{(x-1)^2}\,\mathrm{d}x$
39. $\displaystyle\int^x \frac{x^2}{x^3-1}\,\mathrm{d}x$
40. $\displaystyle\int^x \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}\,\mathrm{d}x$
41. $\displaystyle\int^x \frac{1}{1-5x}\,\mathrm{d}x$
42. $\displaystyle\int^x \frac{\cos(x)-\sin(x)}{\cos(x)+\sin(x)}\,\mathrm{d}x$
43. $\displaystyle\int^x \frac{(x+1}{(x^2+2x)^2}\,\mathrm{d}x$
44. $\displaystyle\int^x \left(\frac{x}{x^4+1}\right)^3\,\mathrm{d}x$
45. $\displaystyle\int^x \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$
46. $\displaystyle\int^x \sin(2x)-\cos(2x)\,\mathrm{d}x$
47. $\displaystyle\int^x x\cos(x^2)\,\mathrm{d}x$
48. $\displaystyle\int^x \tan(x)\,\mathrm{d}x$
49. $\displaystyle\int^x \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x$
50. $\displaystyle\int^x \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$
51. $\displaystyle\int^x \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\,\mathrm{d}x$

Exercice 2 : Pour chaque fonction suivante, déterminer la primitive sur $\mathbb{R}$ s'annulant en π.

1. $x \longmapsto \cos(2x)$
2. $x \longmapsto \sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$
3. $x \longmapsto \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}$

Exercice 3 : Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes :

1. $\displaystyle\int^x \frac{x^2}{x^3+1}\,\mathrm{d}x$ sur $]-1\,;+\infty[$
2. $\displaystyle\int^x \frac{x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x^2}\,\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}\,\mathrm{d}x$ sur $]-\infty\,;0[$
4. $\displaystyle\int^x \frac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x$ sur $]0\,;+\infty[$
5. $\displaystyle\int^x \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\,\mathrm{d}x$ sur $\left]-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right[$
6. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{e}^x}{(1-\mathrm{e}^x)^2}\,\mathrm{d}x$ sur $]0\,;+\infty[$
7. $\displaystyle\int^x \frac{8x}{\sqrt{x^2+1}}\,\mathrm{d}x$
8. $\displaystyle\int^x \cos(x)\,\mathrm{e}^{\sin(x)}\,\mathrm{d}x$
9. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}}\,\mathrm{d}x$ sur $]1\,;+\infty[$
10. $\displaystyle\int^x \sin^2(x)\cos(x)\,\mathrm{d}x$
11. $\displaystyle\int^x \mathrm{e}^{-3x+3}\,\mathrm{d}x$
12. $\displaystyle\int^x \frac{\ln(x+3)}{x+3}\,\mathrm{d}x$ sur $]-3\,;+\infty[$
13. $\displaystyle\int^x \frac{1}{(x-1)}\,\mathrm{d}x$ sur $]-\infty\,;1[$
14. $\displaystyle\int^x \frac{x}{(1+x^2)^3}\,\mathrm{d}x$
15. $\displaystyle\int^x \sqrt{1+x}\,\mathrm{d}x$ sur $]-1\,;+\infty[$
16. $\displaystyle\int^x \frac{(\ln(x))^n}{x}\,\mathrm{d}x$ $(n\in\mathbb{N})$ sur $]0\,;+\infty[$
17. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ sur $]0\,;+\infty[$

Exercice 4 (Fonctions trigonométriques) : Calculer des primitives des fonctions suivantes :

1. $\displaystyle\int^x \cos^3(x)\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int^x \sin^4(x)\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int^x \sin^5(x)\,\mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int^x \cos^4(x)\sin^3(x)\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int^x \cos^4(x)\sin^2(x)\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int^x \mathrm{ch}^3(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 5 : Déterminer les primitives des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

1. $\displaystyle\int^x \frac{1}{(1+i+x)^2}\,\mathrm{d}x$

Exercice 6 : Montrer que $\forall\,(x\,;y)\in\mathbb{R}^2$, $|\sin(x)-\sin(y)|\leqslant|x-y|$.

Exercice 7 : Donner les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur I.

1. $f:x\longmapsto\displaystyle\int_0^x t^2\,\mathrm{d}t$ avec $\mathrm{I}=[0\,;+\infty[$.
2. $f:x\longmapsto\displaystyle\int_{-3}^x \mathrm{e}^{2t+4}\,\mathrm{d}t$ avec $\mathrm{I}=[-3\,;+\infty[$.
3. $f:x\longmapsto\displaystyle\int_0^{x^2} \mathrm{e}^t\,\mathrm{d}t$ avec $\mathrm{I}=\mathbb{R}$.
4. $f:x\longmapsto\displaystyle\int_x^{2x} \ln(t)\,\mathrm{d}t$ avec $\mathrm{I}=]0\,;+\infty[$.

Exercice 8 : Étudier les variations de la fonction F définie par $\mathrm{F}(x)=\displaystyle\int_{-5}^x (t^2+3t-4)\,\mathrm{d}t$.

Exercice 9 : Étudier la fonction F définie par $\mathrm{F}(x)=\displaystyle\int_x^{2x}\frac{\mathrm{sh}\,(t)}{t}\,\mathrm{d}t$.

Exercice 10 : Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes.

1. $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{1}{1-x}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_{1}^{\mathrm{e}} \frac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \mathrm{e}^{\cos(t)}\sin(t)\,\mathrm{d}t$
4. $\displaystyle\int_{-1}^{4} (x-1)^2\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{1}{(2x-1)^2}\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{x^2-1}{x}\,\mathrm{d}x$
7. $\displaystyle\int_{-4}^{-3} \frac{x+1}{(x^2+2x)^2}\,\mathrm{d}x$
8. $\displaystyle\int_{-2}^{1} u(u^2-1)^2\,\mathrm{d}u$
9. $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\,\mathrm{d}x$
10. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{t+\mathrm{e}^t}\,\mathrm{d}t$
11. $\displaystyle\int_{-4}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,\mathrm{d}x$
12. $\displaystyle\int_{2}^{3} \frac{1}{1-x}\,\mathrm{d}x$

Exercice 11 : Calculer les intégrales suivantes (p et q entiers naturels donnés)

1. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2\cos(px)\cos(qx)\,\mathrm{d}x.$
2. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2\cos(px)\sin(qx)\,\mathrm{d}x.$
3. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} 2\sin(px)\sin(qx)\,\mathrm{d}x.$

Exercice 12 : Soit α un réel.

1. Déterminer une primitive de $x \longmapsto x^\alpha \ln(x)$ sur $\mathbb{R}_+^*$.
2. Soit $\varepsilon > 0$. Exprimer en fonction de ε et α l'intégrale $\mathrm{I}_\varepsilon = \displaystyle\int_{\varepsilon}^{1} x^\alpha \ln(x)\,\mathrm{d}x$
3. En déduire, suivant la valeur de α, l'existence et la valeur de la limite $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to 0} \mathrm{I}_\varepsilon$.

Exercice 13 : Déterminer les primitives ou les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties en précisant le ou les intervalles considérés le cas échéant :

1. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_{0}^{1} t\sqrt{t+1}\,\mathrm{d}t$
3. $\displaystyle\int_{1}^{x} t^2\ln(t)\,\mathrm{d}t$
4. $\displaystyle\int^{x} (\ln(x))^2\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int^{x} \cos(x)\exp(x)\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int^{x} \ln\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t.$
7. $\displaystyle\int^{x} \mathrm{e}^{\arccos(x)}\,\mathrm{d}x.$
8. $\displaystyle\int^{x} \cos(x)\ln\left(1+\cos(x)\right)\mathrm{d}x.$
9. $\displaystyle\int^{x} \frac{x\,\mathrm{e}^x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x.$
10. $\displaystyle\int^{x} \left(\frac{x}{\mathrm{e}}\right)^x \ln x\,\mathrm{d}x.$
11. $\displaystyle\int^{x} x^n\ln(x)\,\mathrm{d}x,$ $(n \in \mathbb{N})$.
12. $\displaystyle\int^{x} \sin\left(\ln(x)\right)\mathrm{d}x$ et $\cos\left(\ln(x)\right)\mathrm{d}x.$
13. $\displaystyle\int^{x} x\ln(x)\,\mathrm{d}x.$
14. $\displaystyle\int^{x} x\arctan(x)\,\mathrm{d}x.$
15. $\displaystyle\int^{x} \arccos(x)\,\mathrm{d}x.$

Exercice 14 : Soit $\mathrm{I}_n = \displaystyle\int_{1}^{e} x(\ln(x))^n\,\mathrm{d}x.$

1. Calculer I_0 et I_1.
2. À l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.
3. Calculer I_3.

Exercice 15 : Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $\mathrm{I}_n = \displaystyle\int_{1}^{x} (\ln t)^n\,\mathrm{d}t.$

1. À l'aide d'une intégration par parties, simplifier $\dfrac{\mathrm{I}_{n+1}}{(n+1)!} + \dfrac{\mathrm{I}_n}{n!}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pour $n \geqslant 2$, exprimer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}(-1)^k\left(\frac{\mathrm{I}_k}{k!}+\frac{\mathrm{I}_{k+1}}{(k+1)!}\right)$ en fonction de I_n.
3. En déduire une expression de I_n pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 16 (Intégrales de Wallis) : On pose, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$$\mathrm{W}_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(t)\,\mathrm{d}t.$$

1. Calculer W_0 et W_1.
2. Pour $n \geqslant 2$, donner une relation de récurrence entre W_n et W_{n-2}.
3. En déduire que la suite $\left(n\mathrm{W}_n\mathrm{W}_{n-1}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est constante.

Exercice 17 : Soit $f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ continue et 1-périodique et F une primitive de f.

À quelle condition F est-elle également 1-périodique ? Généraliser le résultat pour f qui est T-périodique.

Exercice 18 : Soit $f : [-1\,;1] \longmapsto \mathbb{R}$ continue.

Montrer que $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(t))\,\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(t))\,\mathrm{d}t$.

Exercice 19 : Calculer les intégrales suivantes (a réel donné)

1. $\displaystyle\int_{\frac{1}{a}}^{a} \frac{\ln(x)}{x^2+1}\,\mathrm{d}x \quad (0<a)$.
2. $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1+\frac{1}{x^2}\right)\arctan(x)\,\mathrm{d}x$.
3. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1+|x(1-x)|}\,\mathrm{d}x$.
4. $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x\sin(x)}{1+\cos^2 x}$.

Exercice 20 : Déterminer les primitives suivantes sur des intervalles à préciser :

1. $\displaystyle\int^x x^2\ln|x|\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int^x x\ln^2 x\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int^x x^2\arctan(x)\,\mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int^x \arctan\sqrt{\frac{x+1}{x+3}}\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x(x^5-1)}\,\mathrm{d}x \quad (u=x^5)$
7. $\displaystyle\int^x \frac{x^3}{(x^2+1)^3}\,\mathrm{d}x \quad (x=\tan(t))$
8. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x\sqrt{x(x-1)}}\,\mathrm{d}x \quad \left(x=\frac{1}{t}\right)$

Exercice 21 : Soit $f : x \longmapsto \dfrac{x^2-8x-1}{(x+3)(x-1)^2}$;

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Monter qu'il existe trois réels $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que

$$\forall\, x \in \mathcal{D}, \quad f(x) = \frac{a}{x+3}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

3. En déduire $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ et $\displaystyle\int_{-1}^0 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Exercice 22 : Calculer les primitives suivantes en précisant le ou les intervalles considérés :

1. $\displaystyle\int^x \frac{x^5}{x^3-x^2-x+1}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x(x+1)(x+2)}\,\mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int^x \frac{1}{x^2-1}\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int^x \frac{2x+1}{x(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int^x \frac{2x+1}{x^3-1}\,\mathrm{d}x$
7. $\displaystyle\int^x \frac{x+1}{x^2-5x+6}\,\mathrm{d}x$
8. $\displaystyle\int^x \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x$
9. $\displaystyle\int^x \frac{\arctan(x)}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$
10. $\displaystyle\int^x \frac{\sqrt{x^n+1}}{x}\,\mathrm{d}x$
11. $\displaystyle\int^x \frac{x+1}{x^2+2x+2}\,\mathrm{d}x$
12. $\displaystyle\int^x \frac{x}{x^2+2x+2}\,\mathrm{d}x$
13. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{d}x}{x^2+2x+2}$
14. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{d}x}{3x^2-5x-2}$
15. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{d}x}{3x^2+x+1}$
16. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{d}x}{9x^2-6x+1}$
17. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{d}x}{4x^2+4x+5}$
18. $\displaystyle\int^x \frac{x^3-2}{x^3-x^2}\,\mathrm{d}x$
19. $\displaystyle\int^x \frac{x^3}{(x^2+x+1)^2}\,\mathrm{d}x$

Exercice 23 : Déterminer les primitives suivantes, en précisant si nécessaire les intervalles de validité des calculs :

1. $\displaystyle\int^x \cos(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t.$
2. $\displaystyle\int^x \sin^2(t)\,\mathrm{e}^{t}\,\mathrm{d}t.$
3. $\displaystyle\int^x x^2\,\mathrm{e}^{t}\sin(t)\,\mathrm{d}t.$
4. $\displaystyle\int^x \sin^8(t)\cos^3(t)\,\mathrm{d}t$
5. $\displaystyle\int^x \cos^4(t)\,\mathrm{d}t$
6. $\displaystyle\int^x \cos^{2003}(t)\sin(t)\,\mathrm{d}t$
7. $\displaystyle\int^x \cos(t)\sin(t)\mathrm{ch}\,(t)\mathrm{sh}\,(t)\,\mathrm{d}t.$
8. $\displaystyle\int^x \mathrm{ch}^3(t)\,\mathrm{d}t$
9. $\displaystyle\int^x \cos^4(t)\,\mathrm{d}t$
10. $\displaystyle\int^x \mathrm{sh}^4(t)\,\mathrm{d}t.$
11. $\displaystyle\int^x \frac{1}{\sin(x)}$ et $\displaystyle\int^x \frac{1}{\mathrm{sh}\,(x)}.$
12. $\displaystyle\int^x \frac{1}{\tan(x)}$ et $\displaystyle\int^x \frac{1}{\mathrm{th}\,(x)}.$
13. $\displaystyle\int^x \frac{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x-\sin(x)}.$
14. $\displaystyle\int^x \frac{1}{2+\sin^2(x)}.$
15. $\displaystyle\int^x \frac{\cos(x)}{\cos(x)+\sin(x)}.$
16. $\displaystyle\int^x \frac{\cos(3x)}{\sin(x)+\sin(3x)}.$
17. $\displaystyle\int^x \frac{1}{\cos^4 x+\sin^4 x}.$
18. $\displaystyle\int^x \frac{\mathrm{ch}\,(x)}{\mathrm{ch}\,(x)+\mathrm{sh}\,(x)}\,dx.$
19. $\displaystyle\int^x \frac{3-\sin(x)}{2\cos(x)+3\tan(x)}\,\mathrm{d}x$
20. $\displaystyle\int^x \frac{1}{7+\tan(x)}\,\mathrm{d}x$
21. $\displaystyle\int^x \frac{1}{2+\sin(x)+\cos(x)}\,\mathrm{d}x$

Exercice 24 : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\sin(x)}\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)}\,\mathrm{d}x.$$

Exercice 25 : Calculer les primitives ou intégrales suivantes.

1. $\displaystyle\int^x \frac{1}{1+\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}x.$
2. $\displaystyle\int^x \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\,\mathrm{d}x.$
3. $\displaystyle\int^x x^3 e^x\,dx.$
4. $\displaystyle\int \mathrm{ch}\,(t)\sin(t)\,dt.$
5. $\displaystyle\int_{-1}^1 (\arccos(x))^2\,\mathrm{d}x.$
6. $\displaystyle\int_1^2 x^2\ln(x)\,\mathrm{d}x.$
7. $\displaystyle\int^x e^{\sin^2(x)}\sin 2x\,dx.$
8. $\displaystyle\int^x \sqrt{a^2-x^2}\,dx.$
9. $\displaystyle\int^x \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}\,dx.$
10. $\displaystyle\int^x \sqrt{\frac{x}{(1-x)^3}}\,dx$ pour $0<x<1.$
11. $\displaystyle\int^x \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx.$
12. $\displaystyle\int^x \frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{a^3-x^3}}$ avec $0<x<a.$
13. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x^2}\,\mathrm{d}x.$
14. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$
15. $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\,\mathrm{d}x.$
16. $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+4x+7}\,\mathrm{d}x.$