

Exemple 26 :

1 $\int \cos^3(t) \sin^3(t) dt =$

2 $\int \cos^2(t) \sin^3(t) dt =$

Exemple 28 : Avec le changement de variables $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, on obtient :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{1 - \sin(t)} =$$

.....

Nom :

Prénom :

Primitives

Dans ce devoir, il sera reconnu que toutes les primitives, sauf mention contraire, seront trouvées à une constante additive près qu'il ne sera donc pas nécessaire de faire figurer.

Exemple 1 : Une primitive de $x \mapsto e^{ax}$ est pour

Exercice 1 : Montrer rapidement qu'une primitive de $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ sur \mathbb{R} est

$$F : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

.....

Exemple 2 :

- La fonction \ln est l'unique primitive de

Exemple 4 : Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto 1 + ix$ est

Exercice 2 : $\int t^2 + i \cos(t) dt =$

Exercice 3 : $\int (3t - 1)(3t^2 - 2t + 3)^3 dt =$

Exemple 10 :

- Il faudra également être capable de reconnaître immédiatement les dérivées de composées les plus classiques, qui permettent de calculer directement des intégrales pas toujours évidentes à repérer. Ainsi,

• $\int_0^{\pi} \cos(t) \sin^3(t) dt =$ • $\int_0^1 t e^{t^2} dt =$

Exercice 5 : Déterminer $\int^x e^{-t} \cos(t) dt$.

.....

Exercice 6 : Sans justification, donner la dérivée de la fonction définie par $x \mapsto \int_{x^2}^{2x^2} \ln(1+t) dt$.

.....

Exemple 13 : À l'aide d'une IPP justifiée, calculer :

$$\int^x t \sin(t) dt = \dots\dots\dots$$

Exercice 8 : Déterminer une primitive de $x \mapsto \arcsin(x)$ sur $] -1; 1[$.

.....

Exercice 9 : Calculer $\int_3^6 \frac{1}{\sqrt{6t-t^2}} dt$ en posant $u = \frac{t-3}{3}$.

.....

Exemple 15 : En posant $x = \sin(u)$, calculer $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \dots\dots\dots$$

Exercice 11 : Calculer $\int^x \frac{1}{\sqrt{1+t} + \sqrt{1-t}} dt$.

.....

Exemple 17 :

■ $\forall n \in \mathbb{N}$ et $a > 0$, $\int_{-a}^a x^{2n} dx = \dots\dots\dots$ et $\int_{-a}^a x^{2n+1} dx = \dots\dots\dots$.

Exemple 18 : Primitives de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{b^2-x^2}}$ avec $b > 0$.

1 $\int^x \frac{dt}{\sqrt{b^2-t^2}} = \dots\dots\dots$

Exemple 20 : La décomposition en éléments simples de $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)}$ s'écrit :

$$f(x) = \dots\dots\dots$$

Toute primitive de f sur tout intervalle I contenu dans $\dots\dots\dots$ est de la forme :

$$x \mapsto \dots\dots\dots$$

Exemple 24 (Cas où $\Delta > 0$) :

$$\int^x \frac{dt}{2t^2-t-1} = \dots\dots\dots$$

Exercice 17 : Calculer une primitive de $x \mapsto \frac{1}{\text{sh}(x)}$ en précisant le ou les intervalles considérés.

.....

