Exercice 17 : Calculer une primitive de $x \longmapsto \dfrac{1}{\cos(x)}$ en précisant le ou les intervalles considérés.

....
....
....
....

Exemple 26 :

1. $\displaystyle\int^x \cos(t)\sin^3(t)\,\mathrm{d}t =$ ....
2. $\displaystyle\int^x \cos^3(t)\,\mathrm{d}t =$ ....

Exemple 27 :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(3t)\cos(4t)\,\mathrm{d}t = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .$$

Nom : .... **Prénom :** ....

Primitives

Dans ce devoir, il sera reconnu que toutes les primitives, sauf mention contraire, seront trouvées à une constante additive près qu'il ne sera donc pas nécessaire de faire figurer.

Exemple 1 : $x \longmapsto x$ et $x \longmapsto x+2$ sont des primitives de .... sur $\mathbb{R}$.

Exercice 1 : Montrer rapidement qu'une primitive de $f : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ sur $]1\,;+\infty[$ est

$$\mathrm{F} : x \longmapsto \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).$$

....
....
....
....
....

Exemple 12 : $x \longmapsto \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$ est l'unique .... qui ....

Exemple 3 :

- $x \longmapsto \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ admet pour primitive .... sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : $\displaystyle\int^x \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,t}\,\mathrm{d}t =$ ....

Exercice 3 : $\displaystyle\int^x \frac{\ln(t+3)}{t+3}\,\mathrm{d}t =$ ....

Exemple 10 :

- $\forall\,\alpha \in \mathbb{R}_+,\ \displaystyle\int_0^1 x^\alpha\,\mathrm{d}x =$ ....

En particulier, retenez que, $\forall\,n \in \mathbb{N},\ \displaystyle\int_0^1 t^n\,\mathrm{d}t =$ ....

Exercice 5 : Déterminer $\int^x e^{-t}\sin(t)\,dt$.

....

....

....

....

....

....

Exercice 6 : Sans justification, donner la dérivée de la fonction définie par $x \longmapsto \int_{x^2}^{2x^2} \arctan(t)\,dt$.

....

....

....

Exemple 13 : À l'aide d'une IPP justifiée, calculer :

$$\int^x 2t\arctan(t)\,dt = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .$$

Exercice 8 : Déterminer une primitive de $x \longmapsto \arctan(x)$ sur $\mathbb{R}$.

....

....

....

Exercice 9 : Calculer $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{6-t^2}}\,dt$ en posant $u = \frac{t}{\sqrt{6}}$.

....

....

....

....

....

Exemple 16 : En posant $u = t + \sqrt{t^2+1}$, calculer $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$.

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\,dt = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .$$

Exercice 11 : Calculer $\int^x \frac{\sqrt{1+t^6}}{t}\,dt$.

....

....

....

....

Exemple 17 :

- $\int_0^{2\pi} \sin(t)\,dt = \int_\pi^{\cdots} \sin(t)\,dt = \dots\dots\dots .$

Exemple 18 : Primitives de $x \longmapsto \frac{1}{(x-a)^2+b^2}$ avec $a \in \mathbb{R}$.

1. $\int^x \frac{dt}{(t-a)^2+b^2} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .$

Exemple 19 : La décomposition en éléments simples de $f(x) = \frac{2x+3}{(x+1)(x-2)}$ s'écrit :

$$f(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots .$$

Toute primitive de f sur tout intervalle I contenu dans $\dots\dots\dots\dots$ est de la forme :

$$x \longmapsto \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .$$

Exemple 22 (Cas où $\Delta < 0$) :

$$\int^x \frac{dt}{t^2+t+1} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$