

## Nombres complexes II

Exercice I : Pour  $z \in \mathbb{C}$ , on pose

$$\operatorname{ch}(z) = \frac{1}{2}(e^z + e^{-z}), \operatorname{sh}(z) = \frac{1}{2}(e^z - e^{-z}) \quad \text{et} \quad \operatorname{th}(z) = \frac{\operatorname{sh}(z)}{\operatorname{ch}(z)}.$$

- 1] Quels sont les nombres complexes  $z$  pour lesquels  $\operatorname{th}(z)$  existe ?
- 2] Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $\operatorname{th}(z) = 0$ .
- 3] Résoudre dans  $\mathbb{C}$  le système 
$$\begin{cases} |\operatorname{Im}(z)| < \frac{\pi}{2} \\ |\operatorname{th}(z)| < 1. \end{cases}$$
- 4] Montrer que la fonction  $\operatorname{th}$  réalise une bijection de  $\Delta = \left\{ z \in \mathbb{C} / |\operatorname{Im}(z)| < \frac{\pi}{4} \right\}$  sur  $U = \{z \in \mathbb{C} / |z| < 1\}$ .