Nombres Complexes

Une seule réponse exacte par question.

1 La valeur de cotan $\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ est

a ☐ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ b ☐ -1 c ☐ $-\sqrt{3}$ d ☑ $\sqrt{3}$

2 Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, le réel $\cos\frac{\pi}{12}$ vaut

a ☐ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ b ☑ $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$ c ☐ $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$ d ☐ $\frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$

3 La formule de Moivre affirme que pour tout réel x :

a ☑ $(\cos(x)+i\sin(x))^n = \cos(nx)+i\sin(nx)$
b ☐ $(\cos(x)+\sin(x))^n = \cos(nx)+\sin(nx)$
c ☐ $2\cos(x) = e^{ix} + e^{-ix}$
d ☐ $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

4 Soit z un nombre complexe non nul tel que $z + \frac{1}{z}$ soit réel. Alors

a ☐ z est un réel
b ☑ z est un réel ou de module 1
c ☐ z est un réel ou imaginaire pur
d ☐ z est un réel ou égal à i ou $-i$

5 Soit $(z,u) \in \mathbb{C}^2$ avec $u^2 = z$. Quand peut-on dire que $|u| < |z|$?

a ☐ c'est toujours le cas
b ☐ lorsque z n'est pas nul
c ☐ lorsque $0 < |z| < 1$
d ☑ lorsque $|z| > 1$

6 Que dire d'un nombre complexe z dont les deux racines carrées sont conjuguées ?

a ☐ c'est toujours le cas
b ☐ cela n'est pas possible
c ☐ z est un imaginaire pur
d ☑ z est un nombre réel négatif

7 Combien y a-t-il de nombres complexes z tels que $|z-i| \leqslant 1$ et $|z-2| \leqslant 1$?

a ☑ aucun
b ☐ un seul
c ☐ deux complexes conjugués
d ☐ une infinité

8 Soit $(z,z') \in \mathbb{C}^2$. Si $|z| = 1$ et $|z'| = 2$, alors $|z'-z|$ est

a ☐ égal à 1
b ☐ compris entre 1 et $\sqrt{5}$
c ☑ compris entre 1 et 3
d ☐ inférieur à -1

9 Laquelle des équations suivantes admet deux solutions complexes conjuguées ?

a ☐ $z^2 + 3iz + 4 = 0$
b ☐ $z^2 + 3iz - 4 = 0$
c ☑ $z^2 + 3z + 4 = 0$
d ☐ $z^2 + 3z - 4 = 0$

10 Soient a, b deux nombres complexes, et soit z_1 la racine de l'équation du second degré $z^2-2az+b=0$ qui a le plus grand module. Alors

- a ☐ $|z_1| \leqslant |a|$
- b ☐ $|z_1| \leqslant |b|$
- c ☑ $|z_1| \geqslant |a|$
- d ☐ $|z_1| \geqslant |b|$

11 Si x est un nombre réel, $(e^{ix}-e^{-ix})^6$ vaut

- a ☑ $-64\sin^6(x)$
- b ☐ $64\sin^6(x)$
- c ☑ $64\cos^6(x)$
- d ☐ $64\sin(6x)$

12 Le nombre complexe $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une racine sixième de

- a ☐ 2
- b ☐ 12
- c ☑ 64
- d ☐ $\frac{1}{3}e^{i\frac{\pi}{18}}$

13 Si x est un réel non nul modulo π, le quotient $\dfrac{e^{2ix}+1}{e^{2ix}-1}$ vaut

- a ☐ $i\tan(x)$
- b ☐ $\mathrm{cotan}\,(x)$
- c ☐ $i\mathrm{cotan}\,(x)$
- d ☑ $-i\mathrm{cotan}\,(x)$

14 Quelle est la valeur de $\cos^2\dfrac{\pi}{8}$

- a ☐ $\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$
- b ☑ $\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$
- c ☐ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
- d ☐ $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

15 Si $\sin(x) = \dfrac{1}{2}$ alors

- a ☐ $x = \dfrac{\pi}{6} \quad [\pi]$
- b ☐ $x = \dfrac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = -\dfrac{\pi}{6} \quad [2\pi]$
- c ☐ $x = \dfrac{\pi}{3} \quad [2\pi]$ ou $x = \dfrac{2\pi}{3} \quad [2\pi]$
- d ☑ $x = \dfrac{\pi}{6} \quad [2\pi]$ ou $x = \dfrac{5\pi}{6} \quad [2\pi]$

16 Soit x un réel tel que $\tan\dfrac{x}{2} = \sqrt{2}$. Alors $\cos(x)$ vaut

- a ☐ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
- b ☑ $-\dfrac{1}{3}$
- c ☐ $\dfrac{1}{3}$
- d ☐ on ne peut pas savoir

17 Si x est un réel dans $]0, 2\pi[$, le nombre complexe $\dfrac{e^{inx}-1}{e^{ix}-1}$ est égal à

- a ☑ $e^{i\frac{n-1}{2}x}\dfrac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$
- b ☐ $e^{i\frac{n-1}{2}x}\dfrac{\cos\left(\frac{nx}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}$
- c ☐ $e^{i\frac{n+1}{2}x}\dfrac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$
- d ☐ $ie^{i\frac{nx}{2}}\dfrac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$

18 Soit $z = re^{it}$ un nombre complexe, avec r positif. Le module de e^z est

- a ☐ e^r
- b ☑ $e^{r\cos(t)}$
- c ☐ $e^{r\sin(t)}$
- d ☐ $re^{|t|}$

19 Soit $z = re^{it}$ un nombre complexe, avec r positif. Un argument de e^z est

- a ☐ $\sin(t)$
- b ☑ $r\sin(t)$
- c ☐ rt
- d ☐ $r\cos(t)$

20 La fonction $t \mapsto (e^{it})^2$ est périodique de période

- a ☐ 1
- b ☐ $\dfrac{\pi}{2}$
- c ☑ π
- d ☐ elle n'est pas périodique

21 Si a et b sont deux réels, on a $e^{ia} + e^{ib} = 0$ pour

- a ☐ $a = -b \quad [2\pi]$
- b ☐ $a = -b \quad [\pi]$
- c ☑ $a = b + \pi \quad [2\pi]$
- d ☐ aucune valeur de a et b

22 Si a, b sont deux réels, le module de $e^{ia} + e^{ib}$ est

- a ☐ 2
- b ☐ $2\left|\cos \dfrac{a+b}{2}\right|$
- c ☑ $2\left|\cos \dfrac{a-b}{2}\right|$
- d ☐ $e^{i\frac{a+b}{2}}$

23 Si a, b sont deux réels, un argument de $e^{ia} + e^{ib}$ (lorsque ce nombre est non nul) est égal à

- a ☑ $\dfrac{a+b}{2} \quad [\pi]$
- b ☐ $\dfrac{a+b}{2} \quad [2\pi]$
- c ☐ $\pm\dfrac{a+b}{2} \quad [2\pi]$
- d ☐ $a + b \quad [2\pi]$

24 Les solutions de l'équation $z^6 = \overline{z}^2$ sont

- a ☐ les racines quatrièmes de l'unité
- b ☐ les racines quatrièmes de l'unité et 0
- c ☐ les racines huitièmes de l'unité
- d ☑ les racines huitièmes de l'unité et 0