

Primitives et calculs d'intégrales

Cours de PTSI

Lycée Jules Garnier

Exercices accompagnés



- 1 Primitives par « dédérivation »
- 2 Primitives par « IPP »
- 3 Primitives par changement de variables
- 4 Primitives par « DES »
- 5 Primitives de fractions irrationnelles



ATTENTION

Il est entendu que toutes les primitives, sauf mention contraire, seront obtenues à une constante réelle additive près.



I. Primitives par « dédérivation »

- 1 Primitives par « dédérivation »
- 2 Primitives par « IPP »
- 3 Primitives par changement de variables
- 4 Primitives par « DES »
- 5 Primitives de fractions irrationnelles



I. Primitives par « dédérivation »

Exercice I :

Déterminer les primitives suivantes sur le plus grand intervalle I possible :

$$\textcircled{1} \int \frac{\ln^3(2t+4)}{t+2} dt$$

$$\textcircled{2} \int (t-2)(t^2-4t+1)^5 dt$$

$$\textcircled{3} \int \frac{2t-3}{(t^2-3t+10)^4} dt$$

$$\textcircled{4} \int \frac{2}{\sqrt{1-5t}} dt$$

$$\textcircled{5} \int \frac{t}{\sqrt{3t^2+2}} dt$$

$$\textcircled{6} \int \frac{\cos(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt$$



I. Primitives par « dédérivation »

Exercice 2 (Fonctions trigonométriques) :

Déterminer les primitives suivantes sur \mathbb{R} :

❶ $\int \cos^4(t) \sin^2(t) dt$

❷ $\int \operatorname{ch}^3(t) dt$



I. Primitives par « dédérivation »

Exercice 3 (Fonctions complexes) :

Déterminer les primitives suivantes et préciser l'intervalle maximal d'intégration le cas échéant :

$$\textcircled{1} \int \frac{1}{(1+i+t)^2} dt$$

$$\textcircled{2} \int \frac{1}{1+i+t} dt$$

$$\textcircled{3} \int \operatorname{ch}(t) \sin(t) dt$$



II. Primitives par « IPP »

- 1 Primitives par « dérivé »
- 2 Primitives par « IPP »**
- 3 Primitives par changement de variables
- 4 Primitives par « DES »
- 5 Primitives de fractions irrationnelles



Exercice 4 :

Déterminer les primitives suivantes et préciser l'intervalle maximal d'intégration le cas échéant :

$$\textcircled{1} \int^x (\ln(t))^2 dt$$

$$\textcircled{2} \int^x (t-1)^2 \sin(t) dt$$

$$\textcircled{3} \int^x \operatorname{ch}(t) \sin(t) dt$$



II. Primitives par « IPP »

Exercice 5 :

Soit $I_n = \int_0^1 (1-t^2)^n dt$.

① Établir une relation de récurrence entre I_n et I_{n+1} .

② Calculer I_n .

③ En déduire $\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1} \binom{n}{k}$.



III. Primitives par changement de variables

- 1 Primitives par « dédérivation »
- 2 Primitives par « IPP »
- 3 Primitives par changement de variables**
- 4 Primitives par « DES »
- 5 Primitives de fractions irrationnelles



III. Primitives par changement de variables

Exercice 6 :

Déterminer les primitives suivantes et préciser l'intervalle maximal d'intégration le cas échéant :

$$\textcircled{1} \int^x \sqrt{e^t - 1} dt$$

$$u = \sqrt{e^t - 1}$$

$$\textcircled{2} \int^x \frac{1}{t} \frac{1}{\sqrt{t(t-1)}} dt$$

$$u = \frac{1}{t}$$

$$\textcircled{3} \int^x \frac{t^3}{(1+t^2)^3} dt$$

$$t = \tan(u)$$



IV. Primitives par « DES »

- 1 Primitives par « dérivations »
- 2 Primitives par « IPP »
- 3 Primitives par changement de variables
- 4 Primitives par « DES »**
- 5 Primitives de fractions irrationnelles



IV. Primitives par « DES »

Exercice 1 :

Déterminer les primitives suivantes et préciser l'intervalle maximal d'intégration le cas échéant :

$$\textcircled{1} \int \frac{1}{t^3 - 5t^2 + 6t} dt$$

$$\textcircled{2} \int \frac{t-2}{t^2 - 2t + 2} dt$$

$$\textcircled{3} \int \frac{1}{-t^2 + 4t + 5} dt$$

$$\textcircled{4} \int \frac{2t+1}{t^3 - 1} dt$$



V. Primitives de fractions irrationnelles

- 1 Primitives par « dérivéation »
- 2 Primitives par « IPP »
- 3 Primitives par changement de variables
- 4 Primitives par « DES »
- 5 Primitives de fractions irrationnelles**



Exercice 8 :

Déterminer les primitives suivantes et préciser l'intervalle maximal d'intégration le cas échéant :

$$\textcircled{1} \int \frac{t-1}{\sqrt{t^2-2t+2}} dt$$

$$\textcircled{2} \int \frac{t-2}{\sqrt{t^2-2t+2}} dt$$

$$\textcircled{3} \int \frac{1}{\sqrt{-t^2+4t+5}} dt$$

$$\textcircled{4} \int \frac{1}{\sqrt{t^2-5t+6}} dt$$

