

Primitives et Nombres Complexes II

Chaque étudiant devra résoudre (au moins) un exercice de chacun des chapitres mentionnés ci-dessous.

1 Équations complexes

- Exponentielle complexe, propriétés.
- Racines carrées d'un complexe, existence d'exactly deux racines pour tout complexe non nul. Détermination directe par la forme polaire et/ou par le calcul sous la forme algébrique.
- Équations complexes du second degré. Discriminant complexe et expression des racines. Relations racines-coefficients : $s = z_1 + z_2$ et $p = z_1 z_2$ avec $z^2 - sz + p$.
- Racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité. Stabilité par produit et inverse/conjugué. Expression des racines $n^{\text{èmes}}$. Somme des racines et factorisation de $z^n - 1$.
- Racines $n^{\text{èmes}}$ d'un complexe z . Expression à partir de la forme polaire de z . Détermination des racines $n^{\text{èmes}}$ de z à partir d'une racine particulière.
- Caractérisation par les affixes de la colinéarité/alignement, de l'orthogonalité.
- Translation, rotation, homothétie. Définitions géométriques et applications complexes associées.

2 Calculs de primitives et d'intégrales Peu d'exercices ont été traités pour le moment, on se contentera de calculs très simples d'intégrales sans trop de technicité.

- Définition d'une primitive. En cas d'existence, description de l'ensemble des primitives.
- Définition des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
- Théorème fondamental de l'analyse : existence d'une primitive F d'une fonction continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et unicité sous condition $F(a) = a$.
- Corollaire $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$.
- Propriétés de l'intégrale : inversion des bornes, linéarité, relation de Chasles, inégalité triangulaire. Dans le cas des fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$: croissance, positivité et séparation (intégrale nulle d'une fonction continue et positive).
- Intégrations par parties de deux fonctions $\mathcal{C}^1$.
- Formule de changement de variable.
- Primitives usuelles.
- Intégration d'inverses de trinômes. Décomposition en éléments simples dans le cas de pôles simples (sinon guider la forme).

Questions de cours

Les étudiants doivent connaître les résultats du cours, mais aucune démonstration n'est exigible sur ce programme.