Nom : .... **Prénom :** ....

Nombres réels

1 Compléter :

Théorème 1 :

$(\mathbb{R} ; \leqslant)$ est un ensemble ....

Proposition 2 (Compatibilité de $\leqslant$ avec $+$ et $\times$) : Soient a, b, c et d des nombres réels.

- Si .... et .... alors $ac \leqslant bd$.
- Si a et b sont .... alors ...... $\iff \dfrac{1}{b} \leqslant \dfrac{1}{a}$.

Rappel 1 (Parties bornées) : Soit $(\mathrm{E}, \leqslant)$ un ensemble ordonné et A une partie de E. On dit que :

- A est *minorée* dans E lorsque : ....
- A admet un *maximum* lorsque : ....

Définition 3 (Borne supérieure) :

- Soit B une partie .... de $\mathbb{R}$.
  On appelle *borne inférieure* de B, notée ...., ...

Théorème 3 (Propriété de la borne supérieure) :

Toute partie .... possède une borne supérieure.

Théorème 4 (Caractérisation de la borne supérieure) : Soit A une partie majorée non vide de $\mathbb{R}$ et $\mathrm{M} \in \mathbb{R}$.

$$\mathrm{M} = \sup \mathrm{A} \iff \begin{cases} \text{..............................} \\ \text{....................................} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} \text{.................} \\ \text{..} \end{cases}$$

2 Soient a et b deux réels strictement positifs.

Montrer que $\dfrac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$.

....

....

....

....

....

....

3 Compléter :

	min(A)	inf(A)	max(A)	sup(A)
$\mathrm{A} = \left\{ \dfrac{1}{n} \,/\, n \in \mathbb{N}^* \right\}$				

4 Résoudre le problème de Cauchy réel suivant :

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = \mathrm{e}^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Nom : ....   **Prénom :** ....

Nombres réels

1 Compléter :

Définition 2 : Soit $(x\,;y) \in \mathbb{R}^2$.
On dit que « *x est inférieur à y* » et on note .... si, et seulement si ....

Proposition 2 (Compatibilité de $\leqslant$ avec $+$ et $\times$) : Soient a, b, c et d des nombres réels.

- Si $a \leqslant b$ et $c \leqslant d$ alors ....
- $a \leqslant b$ ..... $-b \leqslant -a$.

Rappel 1 (Parties bornées) : Soit $(\mathrm{E}, \leqslant)$ un ensemble ordonné et A une partie de E.
On dit que :

- A est *majorée* dans E lorsque : ....
- A admet un *maximum* lorsque : ....

Définition 3 (Borne supérieure) :

- Soit A une partie .... de $\mathbb{R}$.
  On appelle *borne supérieure* de A, notée ...., ...

Théorème 3 (Propriété de la borne supérieure) :
Toute partie .... possède une borne supérieure.

Théorème 4 (Caractérisation de la borne supérieure) : Soit A une partie majorée non vide de $\mathbb{R}$ et $\mathrm{M} \in \mathbb{R}$.

$$\mathrm{M} = \sup \mathrm{A} \iff \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

2 Soient a et b deux réels strictement positifs.

Montrer que $\dfrac{a+b}{2} \geqslant \dfrac{2ab}{a+b}$.

....

....

....

....

....

....

3 Compléter :

	min(A)	inf(A)	max(A)	sup(A)
$A = \{x \in \mathbb{Q} \,/\, x^2 \leqslant 2\}$				

4 Résoudre le problème de Cauchy réel suivant :

$$\begin{cases} y'' - 10y' + 25y = \mathrm{e}^{5x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....