

Équations différentielles et nombres réels

*Bien que les intégrales n'apparaissent pas explicitement au programme, il serait **inconcevable** de se présenter à cette khôlle sans savoir déterminer une primitive, ni connaître les conditions d'existence de ces dernières.*

1 Équations différentielles linéaires d'ordre 1

- (a) Définition. Équation homogène associée.
- (b) Stabilité par combinaisons linéaires de l'espace homogène.
- (c) Résolution de l'équation homogène.
- (d) Ensemble des solutions de l'équation non homogène à l'aide d'une solution.
- (e) Principe de superposition.
- (f) Méthode de variation de la constante.
- (g) Problème de Cauchy d'une équation différentielle d'ordre 1, existence et unicité.

2 Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

- (a) Définition. Équation homogène associée.
- (b) Stabilité de l'ensemble des solutions de l'équation homogène par combinaisons linéaires.
- (c) Équation caractéristique associée.
- (d) Ensemble des solutions complexes et réelles de l'équation homogène.
- (e) Structure de l'ensemble des solutions : $\mathcal{S} = y_p + \mathcal{S}_0$.
- (f) Principe de superposition.
- (g) Recherche de la solution particulière lorsque le second membre est du type $P(x)e^{mx}$ où $P(x)$ est un polynôme, ou lorsque le second membre est trigonométrique.

[1]. La liste des questions de cours possibles n'est donnée qu'à titre indicatif. L'examineur est libre de vous demander tout éclaircissement ou démonstration que réclamera votre prestation en accord avec le programme.

- (h) Problème de Cauchy. Unicité et existence de la solution (admis).

3 Calculs dans $\mathbb{R}$

- (a) Propriétés élémentaires de la relation d'ordre $\leq$; compatibilité avec $+$, $\times$, le passage à l'inverse, le carré.
- (b) Définition du majorant, minorant, partie majorée, minorée, bornée.
- (c) Définition du maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure.
- (d) Théorème (admis) : toute partie non vide et majorée admet une borne supérieure. Caractérisation de la borne supérieure. De même pour la borne inférieure.

Pas d'exercice théorique !

- (e) Définition d'un intervalle et classification des intervalles.
- (f) Propriété d'Archimède, définition de la partie entière, graphe et propriétés élémentaires.
- (g) Valeur absolue, graphe et propriétés élémentaires.
- (h) Distance entre deux réels, inégalité triangulaire.
- (i) Résolutions d'équations, d'inéquations avec valeur absolue et/ou racine carrée.

Questions de cours possibles ^[1] :

- 1 Équation d'ordre 1 avec second membre : structure de l'ensemble des solutions (énoncé et démonstration)
- 2 Méthode de variation de la constante (énoncé et démonstration)
- 3 Solutions complexes d'une EDL2 homogène à coefficients constants (énoncé complet et démonstration pour le cas $\Delta \neq 0$)
- 4 Caractérisation de la borne supérieure
- 5 Existence et unicité de la partie entière.