

Fichiers Geometrie-Espace a, B et c

EXERCICES FACILES :

Exercice 1 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(2; 5; -1)$; $B(0; 3; 4)$ et le vecteur $\vec{u}(2; -1; 4)$.

- 1 Déterminer les coordonnées du point C défini par $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$
- 2 Déterminer les coordonnées du point (d) tel que ABDC soit un parallélogramme.
- 3 Déterminer les coordonnées du centre K de ce parallélogramme.

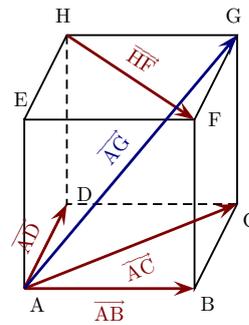
Correction :

- 1 $C(4; 4; 3)$;
- 2 $\overrightarrow{AB}(-2; -2; 5)$ et $D(2; 2; 8)$;
- 3 $K(2; 3, 5; 3, 5)$.

Exercice 2 :

On considère le cube ABCDEFGH.

- 1 Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$:
 - a Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AG} et \overrightarrow{HF} .
 - b Donner les coordonnées du centre du cube.
- 2 Même question dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AG})$.



Exercice 3 : Dans un repère orthonormal, on considère les points $A(6; 8; 2)$, $B(4; 9; 1)$ et $C(5; 7; 3)$.

Montrer que le triangle ABC est rectangle.

Exercice 4 : Soient quatre points $A(7; 9; -1)$, $B(1; -3; 2)$, $C(5; 5; 0)$ et $D(2; 0; 2)$.

- 1 Montrer que A, B, et C sont alignés.
- 2 Que dire des points B, C et D ?

Correction :

- 1 Il suffit de montrer que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires, par exemple.

On a :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

On a donc $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ i.e. les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires et les points A, B et C sont alignés.

2 Il suffit de montrer que \overline{BC} et \overline{BD} ne sont pas colinéaires.

On a $\overline{BC}(4; 8; -2)$ et $\overline{BD}(1; 3; 0)$

La dernière coordonnée de \overline{BC} ne peut être multiple de celle de \overline{BD} qui est 0 donc les vecteurs \overline{BC} et \overline{BD} ne sont pas colinéaires et les points B, C et D ne peuvent être alignés.

Remarque : Les points B, C et D déterminent donc le plan (BCD).

Exercice 5 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(-4; 2; 3)$, $B(1; 5; 2)$, $C(0; 5; 4)$ et $D(-6; -1; -2)$.

1 Démontrer que $\overline{AD} = 2\overline{AB} - 3\overline{AC}$.

2 Que peut-on en déduire concernant les points A, B, C et D ?

Correction :

1 $\overline{AD}(-2; -3; -5)$. D'autre part :

$\overline{AB}(5; 3; -1)$ donc $2\overline{AB}(10; 6; -2)$ et

$\overline{AC}(4; 3; 1)$ donc $-3\overline{AC}(-12; -9; -3)$.

Ainsi $2\overline{AB} - 3\overline{AC}(-2; -3; -5)$. Donc $\overline{AD} = 2\overline{AB} - 3\overline{AC}$

2 On en déduit que les vecteurs \overline{AB} , \overline{AC} et \overline{AD} sont coplanaires, et que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Exercice 6 : Soit $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

On considère $\vec{u} \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ k-1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, où $k \in \mathbb{R}$.

Déterminer la ou les valeurs de k pour que \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux.

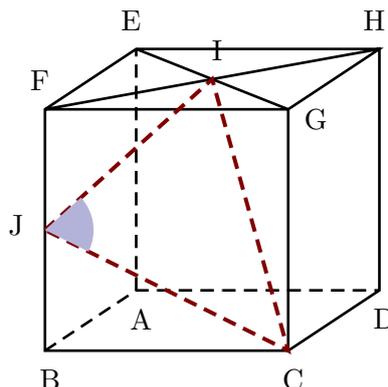
Exercice 7 : Soit $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

On considère $\vec{u} \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} k+1 \\ -k \\ 2 \end{pmatrix}$, où $k \in \mathbb{R}$.

Déterminer la ou les valeurs de k pour que \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux.

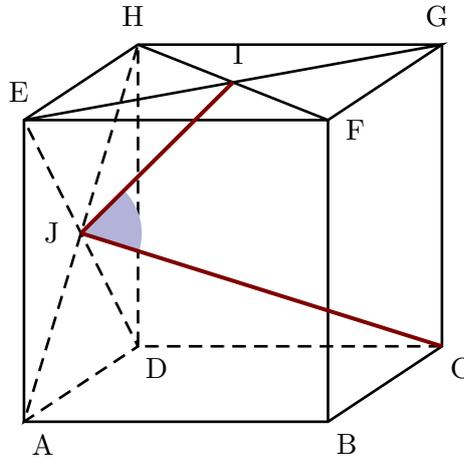
EXERCICE DE DIFFICULTÉ MOYENNE :

Exercice 1 : On considère un cube ABCDEFGH de côté 1. Soit I le centre de la face EFGH et J le milieu de l'arête [BF].



Calculer une mesure de l'angle \widehat{CJI} par deux méthodes.

Exercice 2 : On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1. Soit J le centre de la face ADHE et I celui de la face EFGH.



Calculer une mesure de l'angle \widehat{IJC} .

Exercice 3 : ABCDEFGH est un cube et I, J, K et L les milieux respectifs de [BC], [GH], [AD] et [EH].

Dans chacun des cas suivants, les vecteurs sont-ils coplanaires ? Le justifier.

1 \vec{AB} , \vec{BD} et \vec{BF} ;

2 \vec{AG} , \vec{BG} et \vec{HG} ;

Exercice 4 : ABCDEFGH est un cube et I, J, K et L les milieux respectifs de [BC], [GH], [AD] et [EH].

Dans chacun des cas suivants, les vecteurs sont-ils coplanaires ? Le justifier.

1 \vec{AG} , \vec{DH} et \vec{EG} ;

2 \vec{HF} , \vec{DC} et \vec{AD} .

EXERCICES PLUS ARDUS :

Exercice 1 : ABCDEFGH est un cube. On note I, le milieu de [BE] et J, celui de [FG].

Montrer que les vecteurs \vec{EF} , \vec{IJ} et \vec{BG} sont coplanaires.