

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : Équation d'ordre 1 avec second membre : structure de l'ensemble des solutions (énoncé et démonstration)

Exercice 1 : Simplifier  $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}$ .

Exercice 2 : Résoudre  $(x+i)y' + y = 1 + 2x \arctan x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' + 6y' + 9y = x^2 e^{2x}$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Méthode de variation de la constante (énoncé et démonstration)*

Exercice 1 : Soient  $x$  et  $y$  deux réels vérifiant  $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{4}$  et  $|y + 1| \leq \frac{1}{2}$ .

Montrer que  $\left|\frac{x}{y} + \frac{5}{6}\right| \leq \frac{2}{3}$ .

Exercice 2 : Résoudre  $3xy' - 4y = x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 2y' + 2y = x \cos x$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : Solutions complexes d'une EDL<sub>2</sub> homogène à coefficients constants (énoncé complet et démonstration pour le cas  $\Delta \neq 0$ )

Exercice 1 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Déterminer la partie du plan définie par :

1  $|x| + |y| = 1$  ;

2  $|x + y| = 1$ .

Exercice 2 : Résoudre  $x^3 y' - x^2 y = 1$ .

Exercice 3 : Résoudre l'équation suivante :

$$y'' - 3y' + 2y = e^x.$$

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Caractérisation de la borne supérieure*

Exercice 1 : Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

1  $|x + 1| = |-x + 5|$  ;

2  $|x + 5| + |-2x + 2| - 4|x - 2| \leq 0$ .

Exercice 2 : Résoudre  $(1 + x)y' + y = (1 + x) \sin x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 4y' + 13y = 10 \cos 2x + 25 \sin 2x$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Existence et unicité de la partie entière.*

Exercice 1 : Résoudre  $|x + y| + y = |x - y| - y$ . Représentation graphique des solutions.

Exercice 2 : Résoudre  $xy' + y = \cos x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 2y' + 2y = xe^x$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : Équation d'ordre 1 avec second membre : structure de l'ensemble des solutions (énoncé et démonstration)

Exercice 1 : Résoudre  $||x + y| - |x - y|| \leq 2$ . Représentation graphique des solutions.

Exercice 2 : Résoudre  $(2 + x)y' = 2 - y$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^x$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Méthode de variation de la constante (énoncé et démonstration)*

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $|4 - x| = x$

2  $x + 5 = \sqrt{x + 11}$

Exercice 2 : Résoudre  $xy' - y = \frac{x}{1 + x^2}$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

*Question de cours : Solutions complexes d'une EDL<sub>2</sub> homogène à coefficients constants (énoncé complet et démonstration pour le cas  $\Delta \neq 0$ )*

**Exercice 1** : Résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$  :

**1**  $|x^2 + x - 3| = |x|$

**2**  $x|x| = 3x + 2$

**Exercice 2** : Résoudre  $y' - y \ln x - e^{x \ln x} = 0$ .

**Exercice 3** : Résoudre  $y'' + 2y = x^2$



Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Caractérisation de la borne supérieure*

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $|x + 2| + |3x - 1| = 4$

2  $\sqrt{1 - 2x} = |x + 7|$

Exercice 2 : Résoudre  $xy' - 2y = (x - 1)(x + 1)^3$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 4y' + 4y = 2(x - 2)e^x$ .

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Existence et unicité de la partie entière.*

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $|x^2 - 6x + 4| \leq 1$

2  $x + 2 < |2x - 5|$

Exercice 2 : Résoudre  $x' + x = \sin(t)$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 2y' + 2y = xe^x$

Nom : .....

Prénom : .....

**Équations différentielles et Nombres Réels**

Question de cours : Équation d'ordre 1 avec second membre : structure de l'ensemble des solutions (énoncé et démonstration)

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $x + 2 < |2x - 5|$

2  $\sqrt{x^2 - 1} < 2 - x$

Exercice 2 : Résoudre  $x(x^2 - 1)y' + 2y = x \ln x - x^2$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 3y' + 2y = e^x - x - 1$

Nom : .....

Prénom : .....

**Équations différentielles et Nombres Réels**

Question de cours : *Méthode de variation de la constante (énoncé et démonstration)*

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $|3x - 5| \leq |2x + 3|$

2  $\sqrt{|x + 2|} \leq |x - 10|$

Exercice 2 : Résoudre  $x^3 y' - x^2 y = 1$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 4y' + 4y = \operatorname{ch} 2x$

Nom : .....

Prénom : .....

**Équations différentielles et Nombres Réels**

Question de cours : Solutions complexes d'une EDL<sub>2</sub> homogène à coefficients constants (énoncé complet et démonstration pour le cas  $\Delta \neq 0$ )

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue  $x$  :

1  $|x - 1| \leq |2x + 1| + 1$

2  $x + 3 \leq \sqrt{x + 5}$

Exercice 2 : Résoudre  $(2 + x)y' = 2 - y$ .

Exercice 3 : Résoudre  $-2x'' + x' + x = 10 \cos t$

Nom : .....

Prénom : .....

**Équations différentielles et Nombres Réels**

Question de cours : *Caractérisation de la borne supérieure*

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue  $x$  :

$$\boxed{1} \quad \frac{x+5}{x^2-1} \geq 1$$

$$\boxed{2} \quad |x+3| > |x^2-3|$$

Exercice 2 : Résoudre  $y' + y = x - e^x + \cos x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $x'' - 3x' + 2x = e^{2t}$

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Existence et unicité de la partie entière.*

Exercice 1 : Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

1  $|x + 1| = |-x + 5|;$

2  $|x + 5| + |-2x + 2| - 4|x - 2| \leq 0.$

Exercice 2 : Résoudre  $y' - y = (x + 1)e^x.$

Exercice 3 : Résoudre  $y'' + y = 2 \cos^2 x$

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

*Question de cours : Équation d'ordre 1 avec second membre : structure de l'ensemble des solutions (énoncé et démonstration)*

Exercice 1 : Montrer que pour tout  $x \in [0, 2] \setminus \{1\}$  :  $\left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x + \sqrt{x} - 2} \right| \leq 2$ .

Exercice 2 : Résoudre  $y' + y = 2 \sin x$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' - 2y' + y = 0$



Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

Question de cours : *Méthode de variation de la constante (énoncé et démonstration)*

Exercice 1 : Pour quelles valeurs de  $x \in \mathbb{R}$  les expressions suivantes sont-elles bien définies ?

1  $\sqrt{x^2 - 4|x| + 3}$

2  $\frac{\ln(2-x)}{x-1-\sqrt{x^2-2}}$

Exercice 2 : Résoudre  $y' + 2y = x^2$ .

Exercice 3 : Résoudre  $y'' + 2y' + 2y = 0$

Nom : .....

Prénom : .....

## Équations différentielles et Nombres Réels

*Question de cours : Solutions complexes d'une EDL<sub>2</sub> homogène à coefficients constants (énoncé complet et démonstration pour le cas  $\Delta \neq 0$ )*

**Exercice 1** : Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}_+$ ,  $\frac{2x+5}{x+2}$  est plus près de  $\sqrt{5}$  que  $x$  ne l'est.

**Exercice 2** : Soit l'équation différentielle (E)  $y' + 2xy = x$ .

- 1 Résoudre l'équation homogène associée.
- 2 Calculer la solution de (E) vérifiant  $y(0) = 1$ .

**Exercice 3** : Résoudre  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .