Nombres réels

Une seule réponse exacte par question.

1 La partie entière de $-\pi$ vaut :

(a) ☐ $-0,1415$ (b) ☐ $0,8584$ (c) ☐ -3 (d) ☐ -4

2 Le réel $\ln 8$ vaut

(a) ☐ $(\ln 2)^3$ (b) ☐ $4\ln 2$ (c) ☐ $\ln 2+\ln 3$ (d) ☐ $3\ln 2$

3 Soit $n \geqslant 2$. Quel est le plus grand réel entre $\frac{\sqrt{n}}{2^n}$, $\frac{\sqrt{n+1}}{2^n}$, $\frac{\sqrt{n}}{2^{n+1}}$, $\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}}$?

(a) ☐ $\frac{\sqrt{n}}{2^n}$ (b) ☐ $\frac{\sqrt{n+1}}{2^n}$ (c) ☐ $\frac{\sqrt{n}}{2^{n+1}}$ (d) ☐ $\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}}$

4 Pour tout entier $n \geqslant 1$, le réel $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ est égal à :

(a) ☐ $\exp\left(n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$ (c) ☐ $\exp\left(\ln\left(n+1\right)\right)$

(b) ☐ $\exp\left(\ln n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$ (d) ☐ $\exp\left(\ln n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$

5 Si x est un nombre réel, $\sqrt[3]{x^2}$ est égal à

(a) ☐ $x^{3/2}$ (b) ☐ $|x|^{3/2}$ (c) ☐ $x^{2/3}$ (d) ☐ $|x|^{2/3}$

6 Si x est un réel tel que $|2-x| \leqslant 1$, alors

(a) ☐ $|x| \leqslant 1$ (b) ☐ $|x| \leqslant 3$ (c) ☐ $|x| \geqslant -1$ (d) ☐ $|x| \geqslant 3$

7 Soient a, b, c, d des réels strictement positifs avec $a<b$ et $c<d$. Alors

(a) ☐ $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ (b) ☐ $\frac{a}{d}<\frac{b}{c}$ (c) ☐ $\frac{a}{c}<\frac{b}{d}$ (d) ☐ $\frac{b}{c}<\frac{a}{d}$

8 Soit x un réel. Parmi les conditions suivantes, laquelle est **suffisante** pour affirmer que $x<-1$?

(a) ☐ $x^2<1$ (c) ☐ $|x+2|<1$

(b) ☐ $|x+2|>1$ (d) ☐ $|x+1|<2$

9 Si x, y sont deux réels tels que $|x-5| \leqslant 1$ et $|y-1| \leqslant 1$, alors on a

(a) ☐ $2 \leqslant |x-y| \leqslant 6$ (c) ☐ $4 \leqslant |x-y| \leqslant 6$

(b) ☐ $0 \leqslant |x-y| \leqslant 2$ (d) ☐ $4 \leqslant |x-y| \leqslant 8$

10 Quelle fonction vérifie $f(x+y)=f(x)f(y)$ pour tous x et y dans son domaine de définition ?

(a) ☐ $f(x)=\ln(2x)$ (c) ☐ $f(x)=e^{2x}$

(b) ☐ $f(x)=\frac{1}{2}\ln(x)$ (d) ☐ $f(x)=\frac{1}{2}e^x$

11 Si a et b sont des réels strictement positifs, $a^{\ln b}$ est égal à

(a) ☐ $e^{\ln(ab)}$ (b) ☐ $b^{\ln a}$ (c) ☐ $\ln\left(a^b\right)$ (d) ☐ $(\ln a)^b$

12 Parmi les ensembles suivants, lequel admet une borne supérieure ?

(a) ☐ $\{x \in \mathbb{R}, x<x+1\}$ (c) ☐ $\left\{x \in [-2\pi, 2\pi], \sin x=\frac{1}{3}\right\}$

(b) ☐ $\{x \in \mathbb{R}_+, x<-1\}$ (d) ☐ $\mathbb{Z}$

13 Quelle est la borne supérieure de l'intervalle $[0,1[$?

(a) ☐ 1^- (b) ☐ 1 (c) ☐ $[1,+\infty[$

(d) ☐ le plus grand réel strictement inférieur à 1

14 Quelle est la borne supérieure de $\{x \in [-2,2], x^2<2\}$?

(a) ☐ 4 (b) ☐ $\sqrt{2}$ (c) ☐ $-\sqrt{2}$ (d) ☐ 0

15 Quelle est la borne inférieure de $\{x \in [-1,3], x^2<4\}$?

(a) ☐ -2 (b) ☐ -1 (c) ☐ 2 (d) ☐ $-\sqrt{2}$

16 Si $f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ est une fonction décroissante, la quantité $\sup_{x\in[-1,1]} f(x^2)$ vaut

(a) ☐ $f(0)$ (c) ☐ $f(-1)$

(b) ☐ $f(1)$ (d) ☐ $\max(f(-1), f(1))$

17 Pour x réel, $\lfloor \lfloor x \rfloor + x \rfloor$ est toujours égal à

(a) ☐ $\lfloor 2x \rfloor$ (b) ☐ $2\lfloor x \rfloor$ (c) ☐ $\lfloor x^2 \rfloor$ (d) ☐ $x+\lfloor x \rfloor$

18 Si x est un réel de partie entière n, on a

(a) ☐ $x-1<n<x$ (c) ☐ $x-1<n \leqslant x$

(b) ☐ $x-1 \leqslant n<x$ (d) ☐ $x-1 \leqslant n \leqslant x$

19 Soit $\mathrm{A}=\lfloor x \rfloor+\lfloor y \rfloor$, $\mathrm{B}=\lfloor x+y \rfloor$ et $\mathrm{C}=x+y$. On a

(a) ☐ $\mathrm{A} \leqslant \mathrm{B} \leqslant \mathrm{C}$ (c) ☐ $\mathrm{B} \leqslant \mathrm{C} \leqslant \mathrm{A}$

(b) ☐ $\mathrm{B} \leqslant \mathrm{A} \leqslant \mathrm{C}$ (d) ☐ $\mathrm{C} \leqslant \mathrm{B} \leqslant \mathrm{A}$