Nombres réels

Une seule réponse exacte par question.

1 La partie entière de $-\pi$ vaut :

(a) ☐ $-0,1415$ (b) ☐ $0,8584$ (c) ☐ -3 (d) ☑ -4

2 Le réel $\ln 8$ vaut

(a) ☐ $(\ln 2)^3$ (b) ☐ $4\ln 2$ (c) ☐ $\ln 2 + \ln 3$ (d) ☑ $3\ln 2$

3 Soit $n \geqslant 2$. Quel est le plus grand réel entre $\frac{\sqrt{n}}{2^n}$, $\frac{\sqrt{n+1}}{2^n}$, $\frac{\sqrt{n}}{2^{n+1}}$, $\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}}$?

(a) ☐ $\frac{\sqrt{n}}{2^n}$ (b) ☑ $\frac{\sqrt{n+1}}{2^n}$ (c) ☐ $\frac{\sqrt{n}}{2^{n+1}}$ (d) ☐ $\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}}$

4 Pour tout entier $n \geqslant 1$, le réel $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ est égal à :

(a) ☑ $\exp\left(n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$
(b) ☐ $\exp\left(\ln n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$
(c) ☐ $\exp\left(\ln(n+1)\right)$
(d) ☐ $\exp\left(\ln n + \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$

5 Si x est un nombre réel, $\sqrt[3]{x^2}$ est égal à

(a) ☐ $x^{3/2}$ (b) ☐ $|x|^{3/2}$ (c) ☐ $x^{2/3}$ (d) ☑ $|x|^{2/3}$

6 Si x est un réel tel que $|2-x| \leqslant 1$, alors

(a) ☐ $|x| \leqslant 1$ (b) ☑ $|x| \leqslant 3$ (c) ☐ $|x| \geqslant -1$ (d) ☐ $|x| \geqslant 3$

7 Soient a, b, c, d des réels strictement positifs avec $a < b$ et $c < d$. Alors

(a) ☐ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ (b) ☑ $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ (c) ☐ $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ (d) ☐ $\frac{b}{c} < \frac{a}{d}$

8 Soit x un réel. Parmi les conditions suivantes, laquelle est **suffisante** pour affirmer que $x < -1$?

(a) ☐ $x^2 < 1$
(b) ☐ $|x+2| > 1$
(c) ☑ $|x+2| < 1$
(d) ☐ $|x+1| < 2$

9 Si x, y sont deux réels tels que $|x-5| \leqslant 1$ et $|y-1| \leqslant 1$, alors on a

(a) ☑ $2 \leqslant |x-y| \leqslant 6$
(b) ☐ $0 \leqslant |x-y| \leqslant 2$
(c) ☐ $4 \leqslant |x-y| \leqslant 6$
(d) ☐ $4 \leqslant |x-y| \leqslant 8$

10 Quelle fonction vérifie $f(x+y) = f(x)f(y)$ pour tous x et y dans son domaine de définition ?

(a) ☐ $f(x) = \ln(2x)$
(b) ☐ $f(x) = \frac{1}{2}\ln(x)$
(c) ☑ $f(x) = e^{2x}$
(d) ☐ $f(x) = \frac{1}{2}e^x$

11 Si a et b sont des réels strictement positifs, $a^{\ln b}$ est égal à

(a) ☐ $e^{\ln(ab)}$ (b) ☑ $b^{\ln a}$ (c) ☐ $\ln\left(a^b\right)$ (d) ☐ $(\ln a)^b$

12 Parmi les ensembles suivants, lequel admet une borne supérieure ?

(a) ☐ $\{x \in \mathbb{R}, x < x+1\}$
(b) ☐ $\{x \in \mathbb{R}_+, x < -1\}$
(c) ☑ $\left\{x \in [-2\pi, 2\pi], \sin x = \frac{1}{3}\right\}$
(d) ☐ $\mathbb{Z}$

13 Quelle est la borne supérieure de l'intervalle $[0,1[$?

(a) ☐ 1^- (b) ☑ 1 (c) ☐ $[1,+\infty[$
(d) ☐ le plus grand réel strictement inférieur à 1

14 Quelle est la borne supérieure de $\{x \in [-2,2], x^2 < 2\}$?

(a) ☐ 4 (b) ☑ $\sqrt{2}$ (c) ☐ $-\sqrt{2}$ (d) ☐ 0

15 Quelle est la borne inférieure de $\{x \in [-1,3], x^2 < 4\}$?

(a) ☐ -2 (b) ☑ -1 (c) ☐ 2 (d) ☐ $-\sqrt{2}$

16 Si $f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ est une fonction décroissante, la quantité $\sup\limits_{x\in[-1,1]} f(x^2)$ vaut

(a) ☑ $f(0)$
(b) ☐ $f(1)$
(c) ☐ $f(-1)$
(d) ☐ $\max(f(-1), f(1))$

17 Pour x réel, $\lfloor \lfloor x \rfloor + x \rfloor$ est toujours égal à

(a) ☐ $\lfloor 2x \rfloor$ (b) ☑ $2\lfloor x \rfloor$ (c) ☐ $\lfloor x^2 \rfloor$ (d) ☐ $x + \lfloor x \rfloor$

18 Si x est un réel de partie entière n, on a

(a) ☐ $x-1 < n < x$
(b) ☐ $x-1 \leqslant n < x$
(c) ☑ $x-1 < n \leqslant x$
(d) ☐ $x-1 \leqslant n \leqslant x$

19 Soit $\mathrm{A} = \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$, $\mathrm{B} = \lfloor x+y \rfloor$ et $\mathrm{C} = x+y$. On a

(a) ☑ $\mathrm{A} \leqslant \mathrm{B} \leqslant \mathrm{C}$
(b) ☐ $\mathrm{B} \leqslant \mathrm{A} \leqslant \mathrm{C}$
(c) ☐ $\mathrm{B} \leqslant \mathrm{C} \leqslant \mathrm{A}$
(d) ☐ $\mathrm{C} \leqslant \mathrm{B} \leqslant \mathrm{A}$