

Calcul matriciel

Une seule réponse exacte par question.

1 Soient A et B deux matrices de tailles respectives 4×3 et 3×2 . Alors le produit AB

- a est de taille 3×3
- b est de taille 4×2
- c est de taille 12×6
- d n'a pas de sens

2 Combien vaut la matrice $(E_{12} + E_{21})^2$?

- a $2E_{11}$
- b $2E_{22}$
- c $E_{12} + E_{21}$
- d $E_{11} + E_{22}$

3 Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. La matrice $(M - I_3)(M - 2I_3)(M - 3I_3)$ vaut :

- a $\begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$
- b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- c $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
- d $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

4 Laquelle des matrices suivantes vérifie $M^2 = -I_2$?

- a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- b $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- c $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

5 La matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ commute avec la matrice $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ si et seulement si

- a A est triangulaire supérieure
- b $c = 0$ et $a = d$
- c $a = c = d = 0$
- d $b = 0$

6 Laquelle des hypothèses suivantes n'implique pas que la matrice carrée A soit aussi diagonale ?

- a A^T est diagonale
- b $A - I$ est diagonale
- c A^2 est diagonale
- d $2A$ est diagonale

7 Si A est une matrice carrée, $(A^T)A$ est toujours

- a triangulaire supérieure
- b diagonale
- c symétrique
- d antisymétrique

8 Si A, B sont deux matrices carrées inversibles de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, l'inverse de $(AB)^T$ est toujours

- a $(A^{-1})^T(B^{-1})^T$
- b $(B^{-1})^T(A^{-1})^T$
- c $B^{-1}A^{-1}$
- d $A^{-1}B^{-1}$

9 Si $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est une matrice triangulaire supérieure inversible, son inverse est

- a triangulaire supérieure
- b triangulaire inférieure
- c symétrique
- d une telle matrice n'est jamais inversible

10 L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ est

- a $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$
- c $\begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$
- d $\begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

11 On calcule tous les produits $E_{12}E_{ij}$. Combien de ces produits sont nuls ?

- a n
- b $n^2 - n$
- c n^3
- d aucun car E_{12} est non nulle

12 Si M est une matrice carrée telle que $M^T = 2M$, alors

- a M est une matrice diagonale
- b M est une matrice symétrique
- c M est nulle
- d les coefficients diagonaux de M sont nuls

13 Combien de matrices E_{ij} commutent avec E_{11} ?

- a 1
- b $(n - 1)^2$
- c $(n - 1)^2 - 1$
- d n^2