

Fichiers Matrices-Inverse a, B et c

EXERCICES FACILES :

Exercice 1 : Déterminer l'inversibilité de la matrice suivante et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 : Déterminer l'inversibilité de la matrice suivante et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 : Déterminer l'inversibilité de la matrice suivante et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$I = \begin{pmatrix} i & -1 & 2i \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 4 : Déterminer l'inversibilité de la matrice suivante et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

Exercice 5 : Déterminer l'inverse de $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Correction : $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$.

EXERCICE DE DIFFICULTÉ MOYENNE :

Exercice 1 : Justifier que $A = \begin{pmatrix} 1 & & (-1) \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est inversible et déterminer A^{-1} .

Exercice 2 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Montrer que A est inversible et donner A^{-1} .

Correction : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \dots & \dots & (-1)^{n-1} \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & 1 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

EXERCICES PLUS ARDUS :

Exercice 1 : Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible et calculer son inverse.

Exercice 2 : Soit $n \geq 2$. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -a & \dots & (0) \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & -a \\ (0) & & & 1 \end{pmatrix}$ est inversible et calculer son inverse.

Exercice 3 : Soit $n \geq 2$. Montrer que la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & \dots & (1) \\ & \ddots & \\ (0) & & 1 \end{pmatrix}$ est inversible et calculer son inverse.

Exercice 4 : Soit $n \geq 2$. Montrer que la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & 2 \\ (0) & & & 1 \end{pmatrix}$ est inversible et calculer son inverse.