Nom : .... **Prénom :** ....

Dimension finie

1 Soient E un $\mathbb{K}$-ev, $n \in \mathbb{N}^\star$ et $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathrm{E}^n$.

À quelle condition dit-on que la famille $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ est *liée* ?

....

....

2 Soient E un $\mathbb{K}$-ev, $n \in \mathbb{N}^\star$ et $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathrm{E}^n$.

À quelle condition dit-on que la famille $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ est *libre* ?

....

....

3 Compléter lorsque que c'est possible :

a Toute sous-famille d'une famille libre est ...
b Toute sur-famille d'une famille libre est ...
c Toute sous-famille d'une famille liée est ...
d Toute sur-famille d'une famille liée est ...

4 Soit E un $\mathbb{K}$-ev.

À quelle condition E est-il de dimension finie ?

....

....

5 Qu'appelle-ton base d'un espace vectoriel ?

....

....

6 Soient E un $\mathbb{K}$-ev et $(u_1, \ldots, u_p) \in \mathrm{E}^p$ une famille d'éléments de E.

Qu'appelle-t-on rang de $(u_1, \ldots, u_p) \in \mathrm{E}^p$?

....

....

7 Soient F et G deux sous-espaces vectoriels de E, $(f_1, \dots, f_p) \in \mathrm{F}^p$ et $(g_1, \dots, g_q) \in \mathrm{G}^q$ des bases respectives de F et G.

À quelle condition $(f_1, \dots, f_p, g_1, \dots, g_q)$ est-elle une base de E ?

....

....

8 Compléter :

Soient F et G deux sous-espaces vectoriels d'un $\mathbb{K}$-ev de dimension finie E. Alors :

$$\textit{(i).}\ \mathrm{F} \oplus \mathrm{G} = \mathrm{E} \iff \textit{(ii).} \begin{cases} \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\iff \textit{(iii).} \begin{cases} \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

9 Soient $\mathrm{F} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ 2x + y = 0\}$ et $\mathrm{G} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x - y = 0\}$.

(a) Montrer que F et G sont des sev de $\mathbb{R}^2$ et en donner une base.

(b) Montrer que $\mathbb{R}^2 = \mathrm{F} \oplus \mathrm{G}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....