

Déterminant

Nom :

Prénom :

1 On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a En justifiant par une phrase courte, claire, concise et efficace, calculer $\det(A)$ et $\det(B)$.

.....

.....

.....

.....

b Avec sobriété, les endomorphismes associés à A et B sont-ils bijectifs ?

.....

.....

.....

.....

c Dans la même concision donner une base de $\ker(A)$ et $\text{Im}(A)$.

.....

.....

.....

.....

.....

d Toujours avec clarté, donner une base de $\ker(B)$ et $\text{Im}(A)$.

.....

.....

.....

.....

.....

2 Soit D l'application définie sur $\mathbb{R}$ par $D(x) = \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 2 \\ 2+x & 2 & 3 \\ 3+x & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

a Calculer $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b Calculer $D(0)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c En utilisant les propriétés d'un déterminant donner $D'(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3

Calculer

$$\begin{vmatrix} a+b & a & \cdots & a \\ a & a+b & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ a & \cdots & a & a+b \end{vmatrix}$$

4 Calculer $V_3 = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 \\ 1 & a_2 & a_2^2 \\ 1 & a_3 & a_3^2 \end{vmatrix}$.

$$\text{Calculer } V_3 = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 \\ 1 & a_2 & a_2^2 \\ 1 & a_3 & a_3^2 \end{vmatrix}.$$