

Logique et Raisonnement

I/ Questions de cours _____

1. **Quelle est la différence entre un raisonnement par l'absurde et un raisonnement par contraposition ?**

Un raisonnement par l'absurde suppose la négation de l'énoncé à prouver et montre qu'on arrive à une contradiction. Un raisonnement par contraposition démontre $\neg Q \Rightarrow \neg P$ pour prouver $P \Rightarrow Q$.

2. **Quels sont les deux principaux quantificateurs utilisés en logique et que signifient-ils ?**

Les deux quantificateurs sont :

- (a) $\forall x$: signifie « pour tout x », c'est le quantificateur universel.
- (b) $\exists x$: signifie « il existe un x », c'est le quantificateur existentiel.

3. **Quelle est la différence entre une implication et une équivalence logique ?**

Une implication ($P \Rightarrow Q$) signifie que si P est vrai alors Q est vrai. Une équivalence ($P \Leftrightarrow Q$) signifie que P et Q sont toujours vrais ou faux en même temps.

4. **Quelle est la négation d'une implication $P \Rightarrow Q$?**

La négation d'une implication $P \Rightarrow Q$ s'écrit : $P \wedge \neg Q$.

5. **Quelle est la définition d'une tautologie en logique ?**

Une tautologie est une proposition toujours vraie, quelle que soit la valeur de vérité des propositions qui la composent.

II/ QCM _____

- Quelle est la définition d'une assertion ?
 - Une équation mathématique
 - Une phrase dont on peut dire si elle est vraie ou fausse
 - Un ensemble de nombres
 - Une propriété non vérifiable
- Quelle notation représente le quantificateur universel ?
 - \exists
 - \forall
 - \wedge
 - \vee
- Quelle est la négation de « Tous les chats sont gris » ?
 - Aucun chat n'est gris
 - Il existe au moins un chat qui n'est pas gris
 - Tous les chats sont noirs
 - Les chats ne sont jamais gris
- Quelle est la définition d'une tautologie ?
 - Une proposition toujours vraie
 - Une proposition toujours fausse
 - Une implication fausse
 - Une équivalence fausse
- Quelle est la notation d'une conjonction logique ?
 - \wedge
 - \vee
 - \implies
 - \neg
- Quelle est la signification de l'implication $P \implies Q$?
 - P est nécessaire pour Q
 - Q est suffisant pour P
 - Si P est vrai alors Q est vrai
 - P et Q sont équivalents
- Quelle est la contraposée de « Si P alors Q » ?
 - Si Q alors P
 - Si non Q alors non P
 - P ou Q
 - P et non Q
- Quelle est la table de vérité d'une disjonction logique ($P \vee Q$) quand P est faux et Q est vrai ?
 - Vrai
 - Faux
 - Indéterminé
 - Impossible à déterminer
- Comment exprimer « Il existe un unique x tel que $P(x)$ est vrai » ?
 - $\exists x, P(x)$
 - $\forall x, P(x)$
 - $\exists !x, P(x)$
 - $\exists x, \forall y, P(x, y)$
- Quelle propriété est utilisée dans une démonstration par récurrence ?
 - Unicité
 - Hérité
 - Contradiction
 - Tautologie

Logique et Raisonnement

I/ Questions de cours _____

1. Qu'est-ce qu'une assertion en logique mathématique ?

Une assertion est une proposition dont on peut dire si elle est vraie ou fausse.

2. Quelles sont les lois de De Morgan en logique ?

Les lois de De Morgan sont :

- (a) $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$
- (b) $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

3. Quelle est la définition d'une contraposée d'une implication $P \Rightarrow Q$?

La contraposée d'une implication $P \Rightarrow Q$ est $\neg Q \Rightarrow \neg P$, et elle est logiquement équivalente à l'implication originale.

4. Qu'est-ce qu'un raisonnement par récurrence et quelles sont ses étapes ?

Un raisonnement par récurrence suit ces étapes :

- (a) **Initialisation** : Vérifier la propriété pour une valeur de départ (souvent $n = 0$ ou $n = 1$).
- (b) **Hérédité** : Supposer qu'elle est vraie pour un entier n et démontrer qu'elle l'est aussi pour $n + 1$.
- (c) **Conclusion** : Par le principe de récurrence, la propriété est vraie pour tout n .

5. Quelle est la différence entre une conjonction et une disjonction logique ?

Une conjonction ($P \wedge Q$) est vraie seulement si P et Q sont tous deux vrais. Une disjonction ($P \vee Q$) est vraie si au moins l'un des deux est vrai.

II/ QCM _____

1. Qu'est-ce qu'une proposition en logique ?

- (a) Une affirmation qui peut être vraie ou fausse
- (b) Une phrase sans signification logique
- (c) Un ensemble de théorèmes
- (d) Un axiome mathématique

2. Quelle notation représente le quantificateur existentiel ?

- (a) \forall
- (b) \exists
- (c) \wedge
- (d) \vee

3. Quelle est la négation de « Certains oiseaux ne volent pas » ?

- (a) Tous les oiseaux volent
- (b) Aucun oiseau ne vole
- (c) Certains oiseaux volent
- (d) Tous les oiseaux ne volent pas

4. Quelle est la définition d'un paradoxe logique ?

- (a) Une contradiction apparente dans un raisonnement
 (b) Une vérité mathématique incontestable
 (c) Une simple erreur de raisonnement
 (d) Une équation complexe
5. Quelle est la notation d'une disjonction logique ?
- (a) \wedge (b) \vee (c) \implies (d) \neg
6. Que signifie l'implication $P \implies Q$?
- (a) Si P est vrai alors Q est faux (c) Q est une condition suffisante pour P
 (b) P et Q sont toujours vrais ensemble (d) P est une condition suffisante pour Q
7. Quelle est la réciproque de « Si P alors Q » ?
- (a) Si Q alors P (c) P et Q
 (b) Si non Q alors non P (d) P ou Q
8. Quelle est la table de vérité d'une conjonction logique ($P \wedge Q$) quand P est faux et Q est vrai ?
- (a) Vrai (b) Faux (c) Indéterminé (d) Impossible à déterminer
9. Comment exprimer « Il n'existe pas de x tel que $P(x)$ est vrai » ?
- (a) $\forall x, \neg P(x)$ (b) $\exists x, P(x)$ (c) $\neg \forall x, P(x)$ (d) $\exists !x, \neg P(x)$
10. Quel principe est essentiel dans un raisonnement par l'absurde ?
- (a) Montrer que la négation de l'énoncé conduit à une contradiction
 (b) Vérifier chaque possibilité indépendamment
 (c) Utiliser des axiomes évidents
 (d) Appliquer une démonstration directe