

# Ensembles

Nom : .....

Prénom : .....

1. Compléter :

**Définition 7 :** Soient  $f : E \mapsto F$  une application entre deux ensembles E et F et A une partie de E.

On appelle *image* (directe) de A par f .....

$$f(A) = .....$$

$y \in f(A) \iff .....$

$f$  est surjective sur F  $\iff .....$

**Théorème 6 (Stabilité par image réciproque) :**

Soit  $f : E \mapsto F$  une application. Pour toutes parties A et B de E, on a :

(a)  $A \subseteq f^{-1}(f(A))$ .

(b)  $A \subset B \implies f^{-1}(A) \subseteq f^{-1}(B)$ .

2. Démontrer le théorème (6).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. Démontrer le théorème (10)

**Théorème 10 (Stabilité par intersection) :**

Soit  $f : E \mapsto F$  une application.

(a) Pour toute parties A et B de E,  $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ .

(b)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. L'inclusion réciproque est-elle vraie ? Si oui, le démontrer, sinon donner un contre-exemple.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# Ensembles

Nom : .....

Prénom : .....

1. Compléter :

**Définition 10 :** Soient  $f : E \mapsto F$  une application entre deux ensembles  $E$  et  $F$  et  $B$  une partie de  $F$ .

On appelle image *réciproque* de  $B$  par  $f$  .....

$$f^{-1}(B) = .....$$

$x \in f^{-1}(B) \iff .....$

$f$  est injective sur  $E \iff .....$

**Théorème 5 (Stabilité par image directe) :**

Soit  $f : E \mapsto F$  une application. Pour toutes parties  $A$  et  $B$  de  $F$ , on a :

(a)  $f(f^{-1}(B)) \dots B$ .

(b)  $A \subset B \implies f(A) \dots f(B)$ .

2. Démontrer le **théorème (5)**.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. Démontrer le **théorème (10)**

**Théorème 10 (Stabilité par intersection) :**

Soit  $f : E \mapsto F$  une application.

(a)

(b) Pour toute parties A et B de F,  $f^{-1}(A \cap B) \subset f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. L'inclusion réciproque est-elle vraie ? Si oui, le démontrer, sinon donner un contre-exemple.

.....

.....

.....

.....

.....

.....